GEOFYZIKÁLNY ÚSTAV
SLOVENSKÁ AKADÉMIA VIED
BRATISLAVA

ČASOVO-FREKVENČNÁ ANALÝZA SEIZMICKÝCH SIGNÁLOV

DIZERTAČNÁ PRÁCA

Mgr. Miriam KRISTEKOVÁ

Školiteľ: Prof. RNDr. Peter MOCZO, DrSc.

Bratislava 2006

Poďakovanie

Ďakujem môjmu školiteľovi Prof. RNDr. Petrovi Moczovi, DrSc. za odborné vedenie, cenné rady a podnetné diskusie. Ďakujem aj všetkým kolegom z oddelenia seizmológie za vytvorenie tvorivého prostredia, užitočné diskusie a za ich podporu a porozumenie.

OBSAH

Poďakovanie ... ***iii***

Zoznam skratiek ... ***vii***

Úvod **1**

1 Súčasný stav problematiky: metódy časovo-frekvenčnej analýzy **3**

1.1 Stacionárne a nestacionárne signály ... ***3***

1.2 Reprezentácia signálu v časovej, frekvenčnej a časovo-frekvenčnej oblasti ... ***4***

1.3 Analýza a rekonštrukcia signálu ... ***5***

1.4 Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti ... ***6***

1.5 Okamžitá frekvencia a grupové oneskorenie ... ***8***

1.6 Gaborov rozvoj ... ***10***

1.7 Metóda pohyblivého okna ... ***11***

1.8 Wavelet transformácia ... ***17***
1.8.1 Spojitá wavelet transformácia ... 17
1.8.2 Diskrétna wavelet transformácia ... 22
1.8.3 Wavelet packet analýza ... 27

1.9 Wignerova distribúcia ... ***28***

1.10 Metóda relokalizácie (Reassignment Method) ... ***31***

1.11 Metóda Matching Pursuit Decomposition (MPD) ... ***34***

2 Ciele dizertačnej práce **41**

3 Výsledky dizertačnej práce **43**

3.1 Porovnanie metód časovo-frekvenčnej analýzy ... ***43***
3.1.1 Porovnanie vlastností metód časovo-frekvenčnej analýzy ... 43
3.1.2 Testovací príklad zložitého nestacionárneho signálu s lineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času ... 46
3.1.3 Zhodnotenie ... 50

3.2 Lineárna MPD ... ***51***
3.2.1 Motivácia ... 51
3.2.2 Princíp a vlastnosti vyvinutej metódy ... 52
3.2.3 Testovací príklad zložitého nestacionárneho signálu s lineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času ... 54

3.3 Kvadratická MPD ... ***54***
3.3.1 Motivácia ... 54
3.3.2 Princíp a vlastnosti vyvinutej metódy ... 55
3.3.3 Testovací príklad signálu so superpozíciou lineárnej aj nelineárnej závislosti okamžitej frekvencie od času ... 60

3.4 Výpočtové nároky MPD metód ... ***62***

3.5 Kvantitatívne kritériá pre porovnávanie seizmogramov ... ***63***

3.5.1 Časovo-frekvenčné kritériá pre porovnávanie seizmogramov 64
3.5.2 Testovacie signály 67
3.5.3 Amplitúdové a fázové modifikácie signálov 69
3.5.4 Misfity pre amplitúdovo modifikované signály 69
3.5.5 Misfity pre signály modifikované fázovým posunom 72
3.5.6 Príklady signálov modifikovaných časovým posunom a zmenou frekvencie a im zodpovedajúce misfity 74
3.5.7 Aplikácia na numerické riešenia problému SCEC LOH.3 78
3.5.8 Zhodnotenie 79

3.6 Analýza vlastností numericky simulovaného seizmického šumu 83

3.6.1 Seizmický šum simulovaný programovým súborom NOISE 84
3.6.2 Analýza vlastností seizmického šumu v časovej oblasti 85
3.6.3 Analýza vlastností seizmického šumu vo frekvenčnej oblasti 91
3.6.4 Analýza vlastností seizmického šumu v časovo-frekvenčnej oblasti 93
3.6.5 Zhodnotenie 95

3.7 Časovo-frekvenčná metóda výpočtu H/V pomeru 95

3.7.1 Princíp metódy 96
3.7.2 Modifikácia analyzujúceho waveletu 98
3.7.3 Testy na numericky simulovanom seizmickom šume vypočítanom metódou sumácie módov 99
3.7.4 Testy na numericky simulovanom seizmickom šume vypočítanom metódami 3D modelovania 100
3.7.5 Testy na reálnych záznamoch seizmického šumu 106
3.7.6 Zhodnotenie 107

3.8 Analýza seizmického šumu lokalít seizmických staníc 109

3.8.1 Analýza zaznamenaného seizmického šumu 109
3.8.2 Porovnávací súbor zemetrasení 115
3.8.3 Metóda odhadu detegovateľnosti zemetrasenia 124
3.8.4 Analýza detegovateľnosti zemetrasení 125

3.9 Súbor programov SEIS-TFA 134

4 Závery 135

Literatúra 138

Prílohy 151

Program RWFT 153
Program RCWT 157
Program MPD_2 160
Program BK2WD 163
Program TFplot 166
Program TF-MISFITS 170

Príloha – CD ROM

- Súbor programov SEIS-TFA
- Program TF-MISFITS

Zoznam skratiek

BBA	algoritmus výberu najlepšej bázy (Best Basis Algorithm)
BP	Basis Pursuit
CWT	spojitá wavelet transformácia (Continuous Wavelet Transform)
DWT	diskrétna wavelet transformácia (Discrete Wavelet Transform)
FT	Fourierova transformácia
FFT	rýchla Fourierova transfomácia (Fast Fourier Transform)
MFT	Multiple Filter Technique
MP	Matching Pursuit
MPD	Matching Pursuit Decomposition
MRA	analýza na mnohých rozlíšeniach (Multi Resolution Analysis)
MTFR	modifikovaná časovo-frekvenčná reprezentácia
oDWT	ortogonálna diskrétna wavelet transformácia
RMS	Root-Mean-Square
TF	časovo-frekvenčná /-ý (time-frequency)
TFA	časovo-frekvenčná analýza
TFR	časovo-frekvenčná reprezentácia
WD	Wignerova distribúcia (Wigner Distribution)
WFT	metóda pohyblivého okna (Windowed Fourier Transform)
WPA	wavelet packet analýza (Wavelet Packet Analysis)
WT	wavelet transformácia (Wavelet Transform)

ÚVOD

Záznamy seizmického pohybu pôdy, seizmogramy, sú komplikované časové signály. Je to dôsledok zložitého procesu šírenia trhliny na zlome, nehomogénnosti zemského vnútra s výraznými vnútornými rozhraniami a rozptylu v zemskej kôre. K tomu v prípade povrchových sedimentárnych a topografických štruktúr prispievajú ešte aj difrakčné, interferenčné a rezonančné javy. Záznamy zemetrasení môžu obsahovať fázy mnohých typov vĺn objemových, povrchových, difragovaných, viacnásobne odrazených, interferenčných a rozptýlených. V jednom seizmograme môže byť dokonca zaznamenaných niekoľko zemetrasení. Analýzu často komplikuje aj neustále prítomný seizmický nepokoj (seizmický šum) generovaný technogénnou činnosťou alebo prírodnými zdrojmi. Analýza seizmogramov a identifikácia jednotlivých vlnových skupín preto vyžaduje citlivé matematické a numerické metódy.

Viacero metód analýzy seizmického signálu je založených na Fourierovej transformácii (napr. spektrálna analýza, autokorelácia, kroskorelácia, konvolúcia a dekonvolúcia, filtrovanie, krosspektrum, rôzne druhy „array“ analýz). Fourierova transformácia a jej numerická realizácia pomocou algoritmu rýchlej Fourierovej transformácie priniesla do spracovania signálu veľký pokrok. Reprezentácia signálu vo frekvenčnej oblasti pomocou Fourierovej transformácie umožnila pracovať s charakteristikami, ktoré nebolo možné získať v časovej oblasti. Fourierove spektrum je však integrálnou charakteristikou celého analyzovaného úseku časového signálu a neumožňuje vidieť časový vývoj frekvenčného obsahu signálu. V prípade seizmogramov sa frekvenčný obsah značne mení v závislosti od času. Informácia získaná z Fourierových spektier je teda nedostatočná. Seizmogram preto treba reprezentovať v časovo-frekvenčnej oblasti – pomocou tzv. časovo-frekvenčnej analýzy. Informácia, ktorú možno získať, je pritom výrazne ovplyvnená výberom metódy. Neznalosť vlastností a obmedzení danej metódy môže podstatne skresliť interpretáciu výsledkov.

Dizertačná práca sa zaoberá vybranými metódami časovo-frekvenčnej analýzy, porovnaním ich vlastností a možnosťami ich aplikácie na analýzu seizmických signálov. Kapitola 1 je venovaná základným pojmom súvisiacim s časovo-frekvenčnou analýzou, popisu základných princípov a vlastností vybraných metód časovo-frekvenčnej analýzy spolu s prehľadom aplikácií jednotlivých metód v seizmológii. V Kapitole 2 sú formulované ciele dizertačnej práce. Kapitola 3 obsahuje výsledky dizertačnej práce rozčlenené na niekoľko častí. Výsledky boli získané počas riešenia niekoľkých národných a medzinárodných projektov (dva projekty 5. a jeden 6. rámcového programu EÚ). V prvej časti sú zhrnuté, porovnané a numerickými príkladmi ilustrované základné vlastnosti vybraných metód časovo-frekvenčnej analýzy. V podkapitolách 3.2 a 3.3 sú popísané zlepšenia MPD metódy vyvinuté v rámci dizertačnej práce. Časť 3.4 porovnáva výpočtové nároky nových verzií MPD s pôvodnou MPD. V podkapitole 3.5 sú popísané a numericky otestované nové kvantitatívne kritériá na porovnávanie seizmogramov, založené na časovo-frekvenčnej reprezentácii seizmogramov. Ďalšia časť práce (3.6-3.7) sa zaoberá analýzou seizmického šumu vo vzťahu k výskumu lokálnych efektov zemetrasení. V podkapitole 3.6 sú analyzované vlastnosti numericky simulovaného seizmického šumu, v podkapitole 3.7 je popísaná nová časovo-frekvenčná metóda výpočtu H/V pomeru pomocou spojitej wavelet transformácie. Podkapitola 3.8 ukazuje výhody použitia časovo-frekvenčnej analýzy na analýzu seizmického šumu pri výbere nových lokalít seizmických staníc. Táto časť práce zahŕňa aj návrh metódy na odhad detegovateľnosti zemetrasení so zvolenými parametrami (magnitúdo, epicentrálna vzdialenosť) pri danej úrovni seizmického šumu na lokalite. V rámci dizertačnej práce bol v jazyku Fortran 95 vyvinutý súbor programov na časovo-frekvenčnú analýzu seizmických signálov SEIS-TFA. SEIS-TFA je tvorený piatimi programami, ktoré sú popísané v podkapitole 3.9.

1 SÚČASNÝ STAV PROBLEMATIKY: METÓDY ČASOVO-FREKVENČNEJ ANALÝZY

V prvých podkapitolách (1.1-1.6) sú stručne zavedené základné pojmy súvisiace s časovo-frekvenčnou analýzou, ďalšie podkapitoly (1.7-1.11) sú venované popisu vybraných metód časovo-frekvenčnej analýzy, ich vlastností a prehľadu prác so seizmologickými aplikáciami týchto metód.

1.1 Stacionárne a nestacionárne signály

V prípade deterministického signálu $x(t)$ hovoríme o **stacionárnom signále** vtedy, ak môže byť zapísaný ako diskrétna suma

$$x(t) = \sum_{k\in\mathbb{N}} A_k \cos\left[\ 2\pi f_k t + \Phi_k\ \right] \quad \textit{pre reálny signál}$$

a

$$x(t) = \sum_{k\in\mathbb{N}} A_k \exp\left[i(2\pi f_k t + \Phi_k)\right] \quad \textit{pre komplexný signál}$$

t.j., pomocou zložiek, ktoré majú konštantnú amplitúdu A_k, konštantnú frekvenciu f_k a konštantnú fázu Φ_k.

V prípade stochastického signálu potrebujeme na zadefinovanie stacionarity použiť pravdepodobnostný popis. Nech stredná hodnota signálu $x(t)$ je definovaná ako $\mu(t) = Mean\left[x(t)\right]$ a autokovariančná funkcia $\gamma(t_1,t_2)$ ako

$$\gamma(t_1,t_2) = \mathrm{Mean}\left\{\left[x(t_1) - \mu(t_1)\right]\left[x(t_2) - \mu(t_2)\right]\right\}.$$

Potom je signál **stacionárny v širšom zmysle** (alebo stacionárny druhého rádu) vtedy, ak je jeho stredná hodnota $\mu(t) = \mu$ nezávislá od času a ak je jeho autokovariančná funkcia $\gamma(t_1,t_2)$ závislá len od časového rozdielu $t_2 - t_1$ *(Chatfield 1995*).

Signál je považovaný za **nestacionárny**, ak nie je splnený niektorý z horeuvedených predpokladov. Napr. signál s ohraničeným trvaním, najmä prechodový signál (ktorého dĺžka je krátka v porovnaní s dĺžkou pozorovania), je nestacionárny. Signály s amplitúdovou a/alebo frekvenčnou moduláciou sú tiež nestacionárne. Väčšina experimentálnych signálov teda vykazuje určitý stupeň nestacionarity.

1.2 Reprezentácia signálu v časovej, frekvenčnej a časovo-frekvenčnej oblasti

Reprezentácia signálu v časovej oblasti $x(t)$ je zvyčajne prvým a najprirodzenejším popisom signálu, keďže väčšina signálov je zaznamenávaná prijímačmi registrujúcimi variácie danej veličiny v závislosti od času.

Veľmi užitočným spôsobom popisu signálu je jeho frekvenčná reprezentácia, získaná pomocou Fourierovej transformácie

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-i\,2\pi f t}\, dt$$

a to najmä vzhľadom k tomu, že koncept frekvencie je využívaný v mnohých oblastiach, kde sa vyskytujú periodické javy (napr. vo fyzike, biológii, ekonómii). Takto získané doplňujúce informácie mnohokrát umožnili lepšie pochopenie skúmaných javov. Fourierova transformácia má preto v oblasti spracovania signálu výnimočné postavenie. Ďalšími dôvodmi pre úspech Fourierovej transformácie je jej samotná matematická štruktúra, umožňujúca jej použitie v mnohých metódach (napr. lineárne filtrovanie) v pomerne jednoduchej forme. Tieto vlastnosti viedli k vývoju množstva algoritmov, programov, procesorov a strojov na frekvenčnú analýzu, ktoré našli veľké praktické uplatnenie.

Spektrum $X(f)$ je získané rozvojom signálu $x(t)$ pomocou triedy nekonečných vĺn $e^{-i\,2\pi f t}$, ktoré sú kompletne nelokalizované v čase. To znamená, že spektrum síce nesie informáciu o tom, aké frekvencie sú prítomné v signále (ich amplitúdy a fázy), ale neumožňuje zistiť, v ktorom čase sa dané frekvencie vyskytujú. Pre nestacionárne signály teda Fourierove spektrum dáva informáciu, spriemerovanú pre daný úsek signálu, a teda aj skreslenú a nepresnú vzhľadom k okamžitému času.

Pre detailnú analýzu nestacionárnych signálov je potrebná **časovo-frekvenčná analýza (TFA)**. Cieľom časovo-frekvenčnej analýzy (v angličtine: „time-frequency analysis“ alebo „joint time-frequency analysis“) je získať **časovo-frekvenčnú reprezentáciu (TFR)** signálu v **časovo-frekvenčnej (TF)** rovine. Tým, že na popis signálu sú k dispozícii dve premenné súčasne (t, f) alebo (t, ω), kde ω je uhlová frekvencia, môžeme sledovať ako sa mení frekvenčný obsah signálu v závislosti od času. Takúto informáciu o lokálnych charakteristikách signálu nie je možné získať pri popise signálu len v časovej alebo len vo frekvenčnej oblasti.

Existuje mnoho spôsobov, ako možno danému signálu priradiť časovo-frekvenčnú reprezentáciu. Principiálne ich možno rozdeliť do dvoch kategórií:

a) **Atomické dekompozície** (napr. metóda pohyblivého okna, Gaborov rozvoj, spojitá wavelet transformácia, wavelet frames, MPD) – umožňujú rozložiť signál na jeho elementárne časti, ktoré sa nazývajú časovo-frekvenčné atómy. Najjednoduchší a najprirodzenejší proces rozkladu je lineárny rozklad, v ktorom „bázou" sú časovo-frekvenčné atómy. Časovo-frekvenčná reprezentácia je daná sústavou koeficientov (diskrétnou alebo spojitou), z ktorých každý je zviazaný s jedným atómom. Tieto koeficienty je možné získať ako projekciu signálu na elementy „bázy". Informácia o lokalizácii energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine je vlastne vedľajším produktom rozkladu signálu.

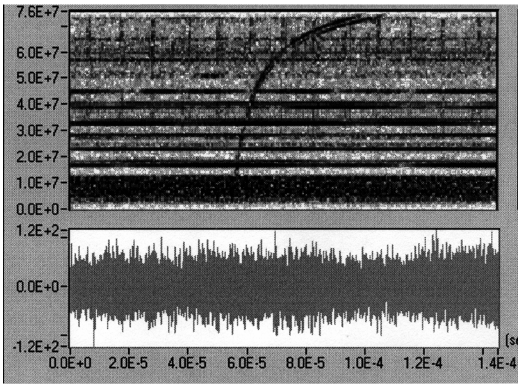
b) **Energetické distribúcie** umožňujú priamo získať distribúciu energie v časovo-frekvenčnej rovine. Energetické bilineárne distribúcie (napr. Wignerova distribúcia, Bertrandova distribúcia, Rihaczkova distribúcia, Choi-Williamsova distribúcia) to umožňujú vďaka ich kvadratickému charakteru. Získané TF reprezentácie však v rôznej miere obsahujú aj nežiadúce „falošné" útvary v TF rovine – tzv. „cross"-členy. Vo všeobecnosti môžu byť energetické distribúcie matematicky formulované aj pomocou prístupov s použitými pravidlami (rules) vyššieho rádu než kvadratické. Takéto prístupy ale väčšinou vedú k väčšej miere komplikácií (*Flandrin 1999*, *Pedersen 1997*).

1.3 Analýza a rekonštrukcia signálu

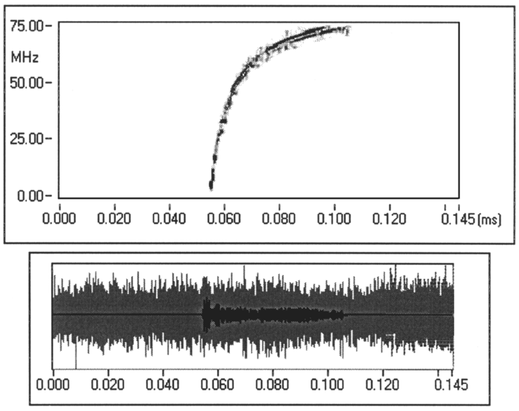
V súvislosti so spracovaním signálu sa často používajú pojmy analýza a rekonštrukcia. **Analýzou** je proces zisťovania charakteristík signálu (napríklad dekompozíciou alebo transformáciou). **Rekonštrukcia** je opačný proces ako analýza – zo známych charakteristík signálu, získaných analýzou, rekonštruujeme pôvodný signál. Vo všeobecnosti nemusí byť vždy možné analýzou získať dostatok informácií, potrebných na rekonštrukciu.

Napríklad v prípade atomickej dekompozície analýzu predstavuje rozloženie signálu na jeho elementárne časti (časovo-frekvenčné atómy), t.j. nájdenie koeficientov rozvoja. Rekonštrukcia signálu môže byť buď úplná (pomocou všetkých nájdených časovo-frekvenčných atómov) alebo čiastočná (iba časti signálu s požadovanými časovo-frekvenčnými vlastnosťami pomocou vybraných atómov).

Vo všeobecnosti sa čiastočná rekonštrukcia signálu realizuje pomocou **časovo-frekvenčného filtrovania**. Najprv sa aplikovaním zvolenej masky na časovo-frekvenčnú rovinu vyberie požadovaná časť časovo-frekvenčnej reprezentácie. V druhom kroku sa hľadá zodpovedajúca reprezentácia vybranej časti signálu v časovej oblasti (*Qian 2002).* Čiastočná rekonštrukcia sa výhodne uplatňuje, napríklad na potlačenie nežiadúcich častí signálu, prípadne na výber dôležitých častí signálu (Obr. 1). Pre signály s veľmi nízkym pomerom signál / šum môže byť časovo-frekvenčná analýza jedinou možnosťou ako detegovať užitočný signál.



a)



b)

Obr. 1. a) Príklad signálu s dominantným šumom. Z časového záznamu (dole) nie je možné zistiť prítomnosť disperzívneho signálu. V časovo-frekvenčnej rovine (hore) disperzívny signál môžeme okamžite identifikovať ako výraznú štruktúru.

b) Čiastočná rekonštrukcia disperzívnej časti signálu. V spodnej časti obrázku sú spolu vykreslené pôvodný a rekonštruovaný signál. (*Qian 2002*)

Z uvedeného vyplýva, že pri hodnotení metód analýzy z hľadiska ich praktického použitia nemá zmysel striktne oddeľovať analýzu od rekonštrukcie.

1.4 Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti

Priamym dôsledkom vlastností Fourierovej transformácie je známa skutočnosť, že šírka signálu nemôže byť ľubovoľne malá súčasne vo frekvenčnej aj v časovej oblasti. Krátkemu impulzu v časovej oblasti zodpovedá široké frekvenčné pásmo a naopak širokému časovému impulzu zodpovedá úzke frekvenčné pásmo. Takéto duálne správanie možno vyjadriť pomocou tzv. **Heisenberg-Gaborovho princípu neurčitosti**. Forma jeho matematického zápisu závisí od zvolenej miery trvania signálu v časovej oblasti a šírky frekvenčného pásma signálu. Zvyčajne sa ako miera trvania signálu v časovej oblasti a miera šírky frekvenčného pásma signálu používajú štandardná odchýlka v časovej oblasti Δ_t a štandardná odchýlka vo frekvenčnej oblasti Δ_f,

$$\Delta_t^2 = \frac{1}{E_x} \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_a)^2 \left| x(t) \right|^2 dt \quad ,$$

$$\Delta_f^2 \;=\; \frac{1}{E_x}\int_{-\infty}^{\infty}\left(f-f_a\right)^2 \left|X\left(f\right)\right|^2 df \quad ,$$

kde t_a a f_a je centrálny čas a centrálna frekvencia signálu

$$t_a \;=\; \frac{1}{E_x}\int_{-\infty}^{\infty} t \,\left|x\left(t\right)\right|^2 dt \quad ,$$

$$f_a \;=\; \frac{1}{E_x}\int_{-\infty}^{\infty} f\left|X\left(f\right)\right|^2 df$$

a E_x je celková energia signálu

$$E_x \;=\; \int_{-\infty}^{\infty}\left|x\left(t\right)\right|^2 dt \;.$$

Potom možno Heisenberg-Gaborov princíp vyjadriť matematicky nasledovne:

$$\Delta_t\,\Delta_f \;\geq\; \frac{1}{4\pi}. \tag{1}$$

Signál je takto charakterizovaný „strednými súradnicami“ v časovo-frekvenčnej rovine (t_a a f_a) a plochou $\Delta_t\Delta_f$, na ktorej je lokalizovaná podstatná časť energie signálu.

Ak ako miery trvania signálu v časovej oblasti a šírky frekvenčného pásma signálu definujeme veličiny

$$\Delta_{t_{1/2}} \;=\; 2\sqrt{\pi}\,\Delta_t \quad ,$$

$$\Delta_{f_{1/2}} \;=\; 2\sqrt{\pi}\,\Delta_f \quad ,$$

ktoré pre Gaussovu funkciu približne zodpovedajú pološírke v časovej a vo frekvenčnej oblasti, dostaneme inú formuláciu princípu neurčitosti:

$$\Delta_{t_{1/2}}\,\Delta_{f_{1/2}} \;\geq\; 1\,.$$

1.5 Okamžitá frekvencia a grupové oneskorenie

Za spôsob reprezentácie signálu v závislosti od času aj od frekvencie súčasne možno čiastočne považovať veličiny okamžitej frekvencie (instantaneous frequency) a grupového oneskorenia (group delay).

Okamžitá frekvencia by mala charakterizovať okamžitý frekvenčný obsah signálu, t.j. frekvenčný obsah signálu v danom čase. Aby mohla byť okamžitá frekvencia definovaná, je potrebné zaviesť jednoznačný popis reálneho signálu. V jednoduchom prípade monochromatickej vlny je nasledujúci spôsob popisu jednoznačný:

$$x(t) = A\cos(2\pi f_0 t),$$

kde A je amplitúda a f_0 je frekvencia. Vo všeobecnom prípade signálu meniaceho vlastnosti v závislosti od času sa však amplitúda A aj argument funkcie kosínus menia s časom:

$$x(t) = A(t)\cos\left[\varphi(t)\right].$$

Tento popis signálu už nie je jednoznačný. Jednoznačný popis dostaneme zavedením **analytického signálu** $x_a(t)$ pomocou Hilbertovej transformácie $H\{x(t)\}$:

$$x_a(t) = x(t) + iH\{x(t)\}.$$

To znamená, že signálu dodefinujeme imaginárnu časť, ktorá vznikne jeho fázovým posunom o $\pi/2$. Hovoríme, že reálna a imaginárna časť sú v kvadratúre. V polárnych súradniciach analytický signál opisuje otáčajúci sa vektor, ktorého dĺžka a uhlová rýchlosť sú časovo závislé (Obr. 2). Takto získavame „amplitúdovo-fázový pár“ definovaný jednoznačným spôsobom.

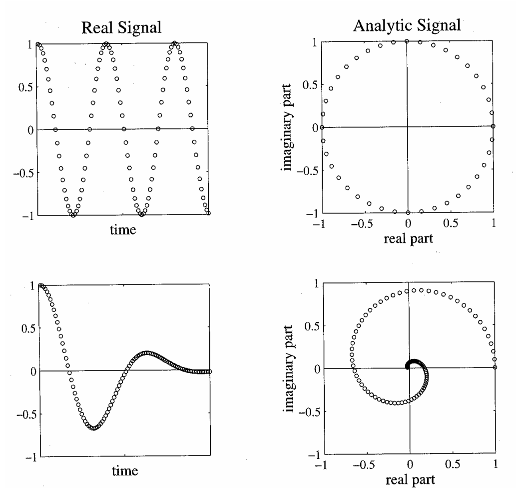
Okamžitú amplitúdu $A_x(t)$ a **okamžitú frekvenciu** $f_x(t)$ je potom možné definovať nasledovne:

$$A_x(t) = \left|x_a(t)\right|, \tag{2}$$

$$f_x(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\arg x_a(t)}{dt}. \tag{3}$$

Analytický signál má jednoduchú interpretáciu (aj implementáciu) vo frekvenčnej oblasti:

$$x_a(t) = 2\int_0^{\infty} X(f)e^{i2\pi f t}dt.$$



Obr. 2. Reprezentácia analytického signálu (*Flandrin 1999*)
hore: pre monochromatický signál ma otáčavý vektor konštantnú veľkosť (zviazanú s amplitúdou signálu) a konštantnú uhlovú rýchlosť (zviazanú s frekvenciou signálu)
dole: pre amplitúdovo a frekvenčne modulovaný signál sa veľkosť a uhlová rýchlosť vektora menia a definujú okamžitú amplitúdu a okamžitú frekvenciu signálu

Takáto operácia nemení obsah informácie v signále, pretože pre spektrum reálneho signálu platí $X(-f) = X^*(f)$, kde * označuje komplexne združenú veličinu.

Okamžitá frekvencia charakterizuje lokálne frekvenčné správanie signálu ako funkciu času. Lokálne časové správanie signálu ako funkciu frekvencie charakterizuje **grupové oneskorenie**

$$t_x(f) \;=\; -\frac{1}{2\pi}\frac{d\arg X_a(f)}{df}. \tag{4}$$

Inými slovami, grupové oneskorenie vyjadruje stredný čas príchodu frekvencie f.

Vo všeobecnosti okamžitá frekvencia $f_x(t)$ a grupové oneskorenie $t_x(f)$ definujú dve rôzne krivky v časovo-frekvenčnej rovine (*Flandrin 1999*). Približne zhodné sú iba v špeciálnom prípade, ak $\Delta_{t_{1/2}} \Delta_{f_{1/2}} \gg 1$.

Aj keď vo väčšine literatúry je pre $f_x(t)$ zaužívané označenie okamžitá frekvencia, toto pomenovanie je vlastne nekorektné a zavádzajúce, pretože pre mnohé signály by mala okamžitá frekvencia nadobúdať niekoľko hodnôt pre daný čas. Tak, ako je definovaná, môže mať v danom čase len jedinú – strednú hodnotu. (Napríklad pre superpozíciu dvoch monochromatických vĺn s frekvenciami f_1 a f_2 s rovnakou konštantnou amplitúdou dostávame $f_x(t) = (f_1 + f_2)/2$ a amplitúdovú moduláciu.) Preto je správnejšie $f_x(t)$ označovať ako **strednú okamžitú frekvenciu signálu** (*Qian 2002*). To isté platí aj pre grupové oneskorenie.

1.6 Gaborov rozvoj

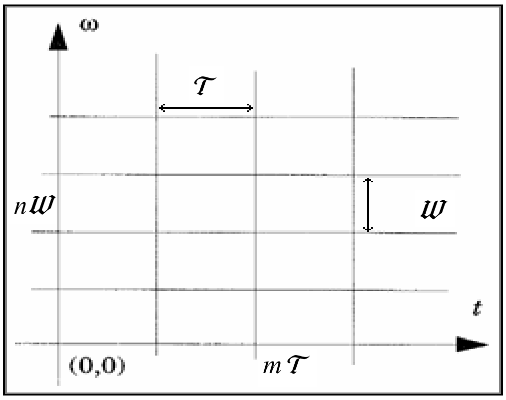
Prvú reprezentáciu signálu v časovo-frekvenčnej rovine navrhol v roku 1946 *Gabor* ako dekompozíciu signálu $x(t)$ vo forme lineárneho rozvoja. **Gaborov rozvoj** je lineárny rozvoj signálu pomocou elementárnych funkcií dobre lokalizovaných v čase a vo frekvencii:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{m,n}\ h(t)_{(m,n)} \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{m,n}\ h(t - m\mathcal{T})\, e^{in\mathcal{W}t} \quad , \end{aligned} \tag{5}$$

kde $\mathcal{T}$ a $\mathcal{W}$ označujú vzorkovací krok v časovom a frekvenčnom smere (Obr. 3), $C_{m,n}$ sa nazývajú Gaborove koeficienty a funkcie $h(t)_{(m,n)}$ Gaborove elementárne funkcie. Reprezentácia popísaná vzťahom (5) v sebe zahŕňa časovú a frekvenčnú reprezentáciu ako extrémne prípady. V pôvodnej práci *Gabor* (*1946*) použil ako elementárnu funkciu Gaussovu funkciu, pretože z hľadiska princípu neurčitosti má najlepšie časovo-frekvenčné rozlíšenie $\left(\Delta_t \Delta_f = (4\pi)^{-1}\right)$. Principiálne je však možné použiť akúkoľvek inú funkciu.

Nevyhnutnou podmienkou existencie Gaborovho rozvoja je podmienka dostatočne malého súčinu $\mathcal{T}\mathcal{W} \le 2\pi$ (*Qian a Chen 1996, Qian 2000*). Ak $\mathcal{T}\mathcal{W} > 2\pi$, informácia nie je dostatočná na úplnú rekonštrukciu signálu. Ak $\mathcal{T}\mathcal{W} = 2\pi$, hovoríme o **kritickom vzorkovaní** a dostávame **najkompaktnejšiu reprezentáciu**, t.j. signál je reprezentovaný pomocou najmenšieho počtu koeficientov. V prípade $\mathcal{T}\mathcal{W} < 2\pi$ je reprezentácia menej kompaktná a teda **redundantná** (prevzorkovaná). Tieto vlastnosti popisuje teória frames (redundantných neortogonálnych reprezentácií).

Zaujímavosťou je, že aj keď Gabor bližšie neštudoval vlastnosti navrhnutého rozvoja, intuitívne zvolil informačnú bunku zodpovedajúcu najkompaktnejšej reprezentácii signálu. Nie je známe, že by Gabor publikoval nejaký prakticky použiteľný algoritmus na výpočet Gaborových koeficientov $C_{m,n}$. Jeho práca



Obr. 3. Gaborov rozvoj: vzorkovacie kroky v čase ($\mathcal{T}$) a frekvencii ($\mathcal{W}$)

upadla do zabudnutia až do roku 1980, kedy *Bastiaans* našiel súvislosť medzi Gaborovým rozvojom a metódou pohyblivého okna. Na výpočet Gaborových koeficientov zaviedol vzorkovanú (sampled) metódu pohyblivého okna.

1.7 Metóda pohyblivého okna

Metóda pohyblivého okna, v literatúre označovaná ako „windowed Fourier transform" **(WFT)** alebo „short-time Fourier transform", niekedy aj ako spojitá Gaborova transformácia (napr. *Carmona et al. 1998*) patrí k najznámejším metódam časovo-frekvenčnej analýzy.

Ak môžeme signál v malom časovom okne považovať za stacionárny, potom jeho Fourierova transformácia poskytuje informáciu o frekvenčnom obsahu signálu v tomto okne. Vhodným posúvaním časového okna získame frekvenčný obsah signálu vzhľadom k času. Matematicky vyjadrené, WFT je integrálna transformácia signálu $x(t)$ do časovo-frekvenčnej roviny definovaná nasledovne:

$$WFT\{x\}_{(\tau,\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, w^*(t-\tau)\, e^{-i\omega t}\, dt\,, \tag{6}$$

kde $w(t)$ je funkcia okna a τ je čas. Na časť signálu $x(t)$, vyčlenenú vynásobením funkciou okna je aplikovaná Fourierova transformácia. Prehľad najpoužívanejších typov funkcie okna možno nájsť napríklad v *Carmona et al.* (*1998).* Proces sa opakuje posúvaním okna po časovej osi pomocou $w(t-\tau)$ (Obr. 4). Zoradením príslušných Fourierových spektier vzhľadom k časovej osi získame reprezentáciu signálu v časovo-frekvenčnej rovine (Obr. 5).

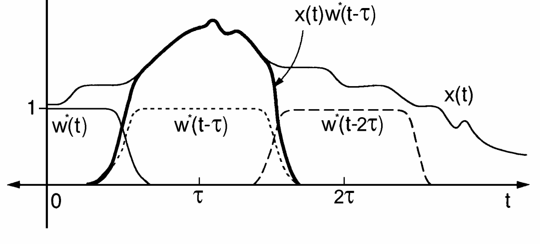
Na obrázku č. 5 sa časové okná navzájom dotýkajú, čo sa v oblasti spracovania signálu považuje za optimálne pokrytie časovo-frekvenčnej roviny. V praxi sa však často volí hodnota posunu τ tak, aby sa okná prekrývali, čím sa získa hustejšie pokrytie a teda jemnejšie vzorkovanie v časovo-frekvenčnej rovine (*Chakraborty a Okaya 1995*).

Keďže $WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}$ môže nadobúdať komplexné hodnoty, na vykresľovanie v TF rovine sa väčšinou používa $\left|WFT\left\{x\right\}_{(\tau,\omega)}\right|^2$. Takáto kvadratická časovo-frekvenčná reprezentácia sa nazýva **spektrogram** a je úmerná rozloženiu energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine. Z historických dôvodov býva spektrogram niekedy označovaný aj ako **sonagram** alebo **sonogram**.

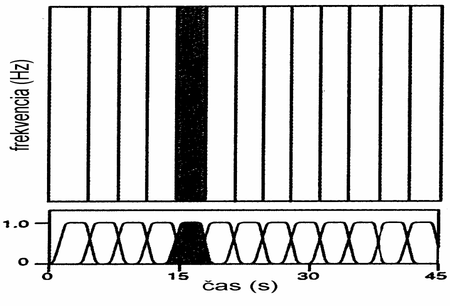
Na definíciu WFT sa môžeme pozrieť aj inak. Vzťah (6) reprezentuje konvolúciu signálu s nekonečným súborom pásmovo priepustných filtrov s impulznými odozvami $w(t)_\omega = w(t)\, e^{i\omega t}$, kde $\omega \in \mathbb{R}$ a $\mathbb{R}$ je množina všetkých reálnych čísel (*Nawab a Quatieri 1988, Vaidyanathan 1993, Flandrin 1999*). Keďže konvolúcii dvoch funkcií zodpovedá vo frekvenčnej oblasti súčin Fourierových spektier týchto funkcií, môžeme vzťah (6) zapísať v tvare

$$WFT\left\{x\right\}_{(\tau,\omega)} = e^{-i\omega\tau} \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi)\, W^*(\xi)_\omega\, e^{i\xi\tau}\, d\xi\,, \tag{7}$$

v ktorom je spektrum signálu $X(\xi)$ vynásobené prenosovou funkciou filtra $W(\xi)_\omega = W(\xi-\omega)$. $W(\xi)_\omega$ tu má úlohu spektrálneho „okna“, cez ktoré pozeráme na spektrum signálu $X(\xi)$. $WFT\left\{x\right\}_{(\tau,\omega)}$ teda zodpovedá analýze signálu pomocou súboru rovnakých filtrov *s konštantnou šírkou frekvenčného pásma, ale s posunutými centrálnymi frekvenciami* (Obr. 6). Pokrytie TF roviny pre tento prípad je znázornené na Obr. 7. V extrémnom prípade nekonečne selektívneho



Obr. 4. Grafické znázornenie princípu WFT



Obr. 5. Schéma získania TF reprezentácie signálu pomocou WFT, (implementácia v časovej oblasti)

(úzkeho) filtra, t.j. $W(\xi) = \delta(\xi)$, by $WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}$ zodpovedala spektru signálu $X(\xi)$.

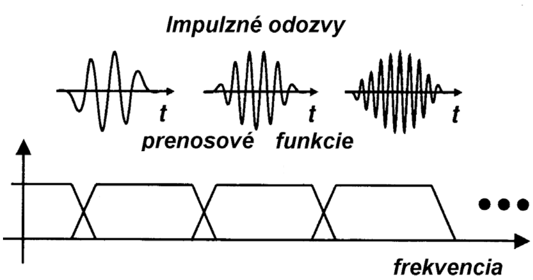
Časovo-frekvenčné rozlíšenie u WFT je limitované výberom funkcie časového okna, najmä voľbou šírky okna. Ak má $w(t)$ dlhé trvanie v čase, vo frekvenčnej oblasti sa z nej stáva úzky pásmovo priepustný filter, čo má za následok dobré frekvenčné rozlíšenie. Jemné zmeny v časovej oblasti však nie sú detegovateľné v dôsledku dlhého časového trvania $w(t)$ (efekt priemerovania). Zlepšenie časového rozlíšenia zúžením časového okna je možné len na úkor frekvenčného rozlíšenia a naopak (Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti).

Okrem týchto dvoch interpretácií (pomocou kĺzavého časového alebo spektrálneho okna) môže byť WFT chápaná ako atomická dekompozícia získaná projekciou analyzovaného signálu do triedy tzv. **časovo-frekvenčných atómov** $g(t)_{(\tau,\omega)}$. Tieto atómy sú odvodené od jedinej, tzv. analyzujúcej funkcie $w(t)$ (v tomto prípade je to vlastne funkcia okna) pomocou posunutia v čase a frekvenčnej modulácie ($g(t)_{(\tau,\omega)} = w(t-\tau)\, e^{i\omega t}$) (*Flandrin 1999*).

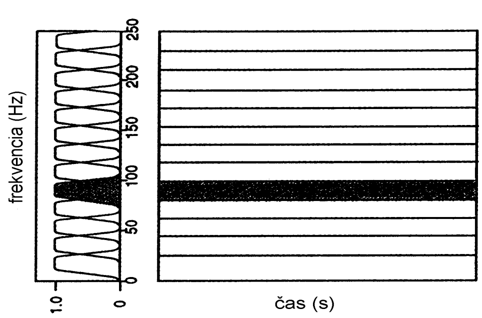
Rekonštrukcia signálu z $WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}$ je možná a je definovaná vzťahom (*Carmona et al. 1998, Flandrin 1999, Qian 2002*)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi \left\| w(t) \right\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}\; g(t)_{(\tau,\omega)}\; d\tau\, d\omega \;, \tag{8}$$

kde $\left\| w(t) \right\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} w(t)\; w^*(t)\; dt$. Principiálne je možné použiť na rekonštrukciu aj iné časovo-frekvenčné atómy odvodené od funkcie $f(t)$, $f(t) \neq w(t)$, ak je



Obr. 6. Impulzné odozvy a prenosové funkcie sústavy filtrov s konštantnou šírkou frekvenčného pásma



Obr. 7. Schéma získania TF reprezentácie signálu pomocou WFT, (implementácia vo frekvenčnej oblasti)

splnená podmienka

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} w(t)\ f^*(t)\ dt \right| < \infty .$$

$WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}$ je veľmi redundantná reprezentácia a pre niektoré aplikácie môže byť výhodnejšie použiť diskrétnu vzorkovanú $WFT\{x\}_{(m\mathcal{T},n\mathcal{W})}$,

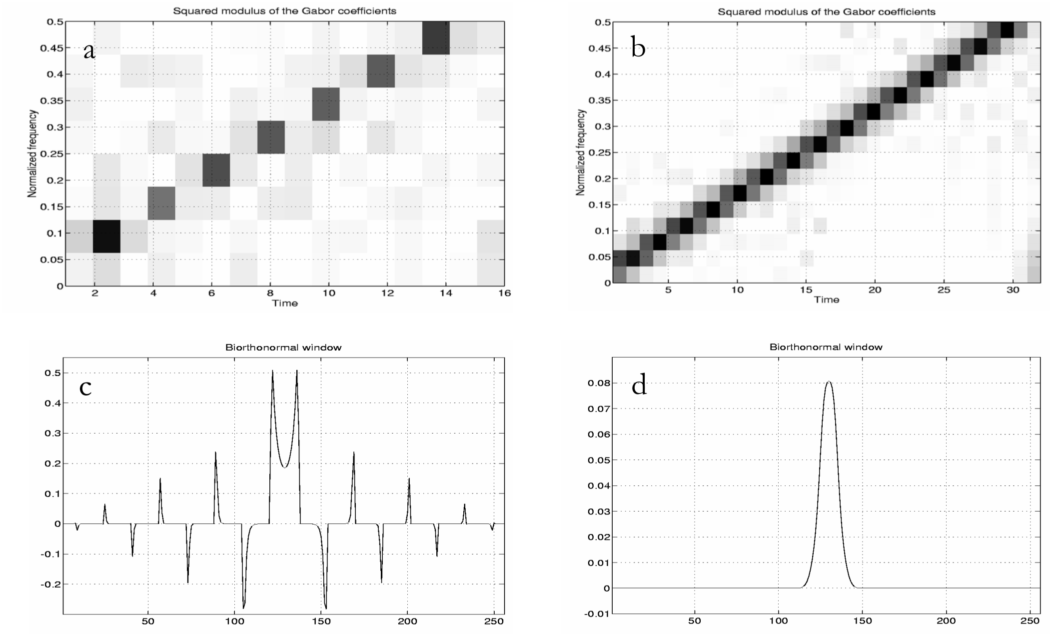
$$\begin{aligned} WFT\{x\}_{(m\mathcal{T},\,n\mathcal{W})} &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ w^*(t - m\mathcal{T})\, e^{-in\mathcal{W}t}\ dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ g(t)_{(m,n)}\ dt \quad , \end{aligned} \tag{9}$$

kde $\mathcal{T}$ a $\mathcal{W}$ označujú vzorkovací krok v čase a vo frekvencii a $g(t)_{(m,n)}$ sú diskrétne časovo-frekvenčné atómy. Čím je vzorkovanie redšie, tým viac strácame rozlíšenie v časovo-frekvenčnej rovine (Obr. 8a, b). Ako ukázal *Bastiaans (1980)*, rekonštrukcia signálu z diskrétnej vzorkovanej $WFT\{x\}_{(m\mathcal{T},n\mathcal{W})}$ môže byť vykonaná pomocou Gaborovho rozvoja (5), pričom Gaborove elementárne funkcie $h(t)_{(m',n')}$ musia spĺňať podmienku

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t)_{(m,n)}\ h^*(t)_{(m',n')}\ dt = \delta_{n-n'}\,\delta_{m-m'}\ ,$$

t.j. musia byť **biortonormálne**. Z podmienky existencie Gaborovho rozvoja vyplýva, že pre $\mathcal{T}\mathcal{W} > 2\pi$ rekonštrukcia nie je možná. Bežne používané algoritmy výpočtu biortonormálnej funkcie (napr. založené na Zakovej transformácii) sú však numericky nestabilné, najmä v prípade kritického vzorkovania $(\mathcal{T}\mathcal{W} = 2\pi)$, a preto sa väčšinou používa určitý stupeň prevzorkovania - redundancie (t.j. $\mathcal{T}\mathcal{W} < 2\pi$), výsledkom čoho je hladšia biortonormálna funkcia $h(t)$ (Obr. 8c, d).

Iná alternatívna metóda výpočtu biortonormálnej funkcie je popísaná v *Qian* (*2002*). Čím je prevzorkovanie vyššie, tým je biortonormálna funkcia bližšia k analyzujúcej funkcii. Vzhľadom k rekonštrukcii pomocou Gaborovho rozvoja sa diskrétna vzorkovaná WFT často označuje ako (diskrétna) **Gaborova transformácia** a zodpovedajúci spektrogram ako **Gaborov spektrogram**.



Obr. 8. Gaborov spektrogram signálu s lineárnou frekvenčnou moduláciou – analyzujúca funkcia je Gaussova funkcia (*Qian 2002*)
a) pri kritickom vzorkovaní
b) pri použití 4x jemnejšieho vzorkovania
c) biortonormálna funkcia k analyzujúcej funkcii pre prípad a)
d) biortonormálna funkcia k analyzujúcej funkcii pre prípad b)

Metóda pohyblivého okna bola pre porovnanie s ďalšími metódami TFA použitá v práci *Chakraborty a Okaya* (*1995*) na analýzu testovacieho signálu a numericky simulovaného reflexného seizmogramu. *Margrave a Lamoureux* (*2002*) navrhli v oblasti prospekčnej seizmológie novú metódu seizmickej dekonvolúcie založenú na diskrétnej Gaborovej transformácii. V prácach *Bartosch a Seidl* (*1999*) a *Bartosch a Steffen* (*1999*) bola použitá vzorkovaná diskrétna WFT na analýzu širokopásmových záznamov mikrootrasov spôsobených sopkami Stromboli, Semeru a Pinatubo. *Konstantinou et al.* (*2000*) použili spektrogram na analýzu v prípade sopky Vatnajokull. *Konstantinou a Schlindwein* (*2002*) diskutovali okrem iných metód aj využitie spektrogramu na analýzu sopečných mikrootrasov. *Lessage et al.* (*2002*) porovnávali WFT s inými metódami na analýzu sopečných mikrootrasov a dlhoperiodických javov. WFT umožňovala odhadnúť len hrubé charakteristiky signálov. Spektrogram bol použitý aj na analýzu regionálnych seizmických a hydroakustických signálov pri výskume ľadovcov (*Talandier et al. 2002*). V práci *Patane a Ferrari* (*1999*) boli okrem iných metód využité aj informácie extrahované z kontinuálne počítaných spektrogramov na automatickú detekciu lokálnych zemetrasení. Na výpočte spektrogramu je založený aj tzv. „sonogram detector“ na rozpoznávanie seizmických javov v TF rovine (*Joswig 1990 a 1999*). Spektrogram bol použitý aj v práci *Parolai a Bard* (*2003*) na kvantitatívne ohodnotenie frekvenčne závislého predĺženia trvania seizmického signálu spôsobeného lokálnymi efektmi.

V seizmológii bola WFT použitá aj na určovanie grupových rýchlostí povrchových vĺn:

- pomocou pohyblivého okna v časovej oblasti (napr. *Landisman et al. 1969, Nakanishi a Anderson 1982 a 1984*),
- pomocou filtrovania vo frekvenčnej oblasti súborom filtrov s konštantnou šírkou pásma – špeciálny prípad tzv. **„multiple-filter technique" (MFT)**. Podľa *Dziewonski et al.* (*1969*) použitie tohto variantu MFT môže byť výhodné vtedy, keď je potrebné väčšie frekvenčné rozlíšenie pri vyšších frekvenciách.

V práci *Dziewonski et al.* (*1969*) bolo s výnimkou vyššie spomenutého prípadu pre MFT navrhnuté použitie súboru úzkopásmových Gaussovských filtrov s konštantnou relatívnou šírkou, ktorý vedie ku konštantnému rozlíšeniu na logaritmickej škále periód. Takýto súbor filtrov už nezodpovedá WFT, ale pri splnení podmienky prípustnosti (11) spojitej wavelet transformácii s waveletom definovaným v spektrálnej oblasti (pozri podkapitolu 1.8., vzťah (14)). Pokiaľ je nám známe, táto súvislosť nebola dosiaľ v literatúre spomenutá. Metóda MFT má niekoľko ďalších variantov s rôznymi súbormi filtrov a kvôli prehľadnosti sme ich popis zaradili sem, aj keď už WFT nezodpovedajú (MFT je všeobecnejšia, WFT je len špeciálny prípad). MFT so súborom filtrov s konštantnou relatívnou šírkou pásma patrí medzi najpoužívanejšie metódy určovania grupových rýchlostí (napr. *Dziewonski et al. 1972, Dziewonski a Hales 1972, Herrmann 1973, 1987 a 2002, Bhattacharya 1983, Chávez-García et al. 1995, Petrosino et al. 1999, 2002*). *Sato et al.* (*1999*) nepočítali priamo grupové rýchlosti, ale pomocou tohto variantu MFT porovnávali disperzívne vlastnosti numericky simulovaných a pozorovaných seizmogramov.

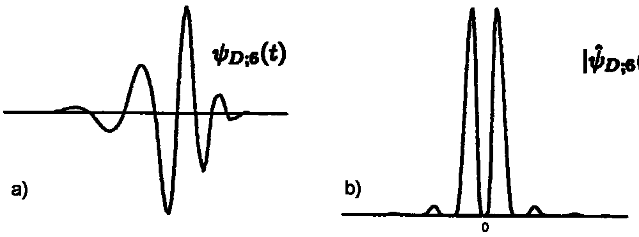
Iný často používaný variant MFT zodpovedá filtrovaniu pomocou súboru Gaussových filtrov s meniacou sa relatívnou šírkou pásma. Je známy pod označením FTAN (*Levshin et al. 1972 a 1992*) a nezodpovedá ani WFT ani spojitej wavelet transformácii. Metóda bola použitá napr. v nasledujúcich prácach: *Feng a Teng (1983)*, *Kebede et al. (1996), Nunziata et al. (1999), Vuan et al. (1999), Levshin et al. (2001 a 2002), Villasenor et al. (2001), Raykova a Nikolova (2002).* V niektorých prácach (napr. *Yamanaka et al. 1989*) dokonca nie je jasné, aký variant MFT bol použitý. Použitý súbor filtrov pritom môže ovplyvňovať kvalitu získaných výsledkov (napr. či je rozlíšenie v TF rovine fixované alebo frekvenčne závislé).

Porovnávaním niekoľkých metód (vrátane WFT a MFT) na určovanie grupových rýchlostí sa zaoberali *Kocaoglu a Long (1993)*. Porovnanie v ich práci nie je komplexné a je čiastočne zavádzajúce. Niektoré vyvodené závery o rozlíšení metód nie sú v súlade s prezentovanými obrázkami.

1.8 Wavelet transformácia

Metódy analýzy založené na **wavelet transformácii** umožňujú získať reprezentáciu nestacionárneho signálu v časovo-frekvenčnej rovine pomocou sústavy funkcií okna. Tieto funkcie sú dobre lokalizované v časovej aj frekvenčnej oblasti. Majú tvar jednoduchých krátkych oscilačných signálov a preto sa nazývajú **wavelety** (wavelet = vlnka) (Obr. 9). Jednotlivé wavelety použité v analýze sú posunutými a preškálovanými verziami jedinej funkcie – tzv. základného (materského) waveletu.

Časovo-frekvenčná wavelet analýza môže byť realizovaná pomocou spojitej wavelet transformácie, diskrétnej wavelet transformácie alebo tzv. wavelet packet analýzy.



Obr. 9. Príklad jednej z množstva možných wavelet funkcií:
Daubechies wavelet 6. rádu
a) wavelet
b) jeho frekvenčná charakteristika

1.8.1 Spojitá wavelet transformácia

Spojitá wavelet transformácia (CWT) reálnej funkcie $x(t)$ vzhľadom k **základnému waveletu** $\psi(t)$ je definovaná nasledovne:

$$CWT\{x\}_{(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \;. \tag{10}$$

Parameter a je dilatačným (škálovacím) parametrom a b je parametrom translácie (posunutia). Ak t je čas, potom škála a je nepriamo úmerná frekvencii a b je posunutie v čase. Pre rôzne hodnoty parametrov a, b tvoria funkcie vzniknuté preškálovaním a posunutím základného waveletu $\psi(t)$,

$$\psi(t)_{(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{|a|}}\,\psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \qquad a,b \in \mathbb{R}\,,\; a \neq 0\,,$$

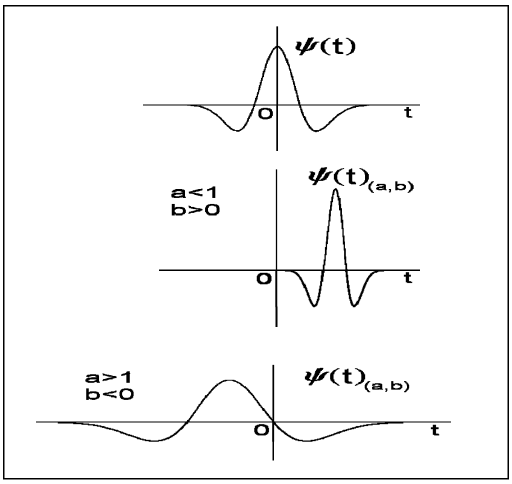
sústavu **analyzujúcich waveletov** (Obr. 10). Šírka analyzujúceho waveletu je úmerná a. Takáto sústava funkcií sa v literatúre označuje ako trieda waveletov, častejšie však iba ako wavelety. Hodnota koeficientov wavelet transformácie $CWT\{x\}_{(a,b)}$, tzv. wavelet koeficientov, vyjadruje mieru podobnosti waveletu na škále a a v časovej pozícii b so štruktúrou signálu (veľké koeficienty – veľká podobnosť). CWT môžeme interpretovať aj ako projekciu analyzovaného signálu do triedy časovo-frekvenčných atómov $\psi(t)_{(a,b)}$.

Aby funkcia $\psi(t)$ mohla byť použitá ako základný wavelet musí spĺňať **podmienku prípustnosti** (*Daubechies 1992*)

$$C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|}\, d\omega < \infty\,, \tag{11}$$

kde $\Psi(\omega)$ je Fourierovou transformáciou $\psi(t)$. V prípade waveletov používaných pre praktické účely je $\psi(t) \in L^1(\mathbb{R})$, čo znamená, že $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\, dt < \infty$ a $\Psi(\omega)$ je spojitá. Podmienkou prípustnosti je potom

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)\, dt = 0\;. \tag{12}$$



Obr. 10. Význam parametrov *a, b*

Rekonštrukcia signálu $x(t)$ z jeho spojitej wavelet transformácie je určená vzťahom (*Daubechies 1992*)

$$x(t) = C_\psi^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} CWT\{x\}_{(a,b)} \; \psi(t)_{(a,b)} \; \frac{da\, db}{a^2} . \tag{13}$$

Vzhľadom k definícii CWT (10) je pre wavelet transformáciu vhodnejším označením **časovo-škálová reprezentácia signálu**. Kvadratická TFR, úmerná rozloženiu energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine, $\left| CWT\{x\}_{(a,b)} \right|^2$ sa nazýva **škálogram**. Zodpovedajúcu časovo-frekvenčnú interpretáciu výsledkov CWT je možné získať vtedy, keď má analyzujúci wavelet so škálou $a = 1$ amplitúdové spektrum lokalizované v malom okolí nenulovej frekvencie ω_0. Potom frekvenciu ω určíme pomocou vzťahu $\omega = \omega_0 / a$.

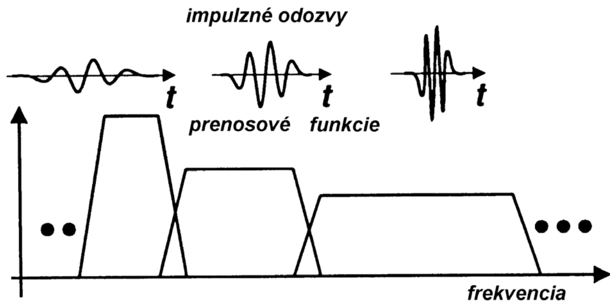
Definícia (10) reprezentuje konvolúciu signálu $x(t)$ s nekonečným súborom filtrov s impulznými odozvami $\psi(t)_a = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t}{a}\right)$, kde $a \in \mathbb{R}$ (*Flandrin 1999*). Keďže konvolúcii dvoch funkcií zodpovedá vo frekvenčnej oblasti súčin Fourierových spektier týchto funkcií, môžeme vzťah (10) zapísať v tvare

$$CWT\{x\}_{(a,b)} = \int_{-\infty}^{\infty} X(\xi)\, \Psi_a^*(\xi)\, e^{i\xi b}\, d\xi \;, \tag{14}$$

kde $\Psi(\xi)_a = \sqrt{|a|}\; \Psi(a\xi)$ je prenosová funkcia filtra. Nech spektrum základného waveletu $\Psi(\omega)$ má centrálnu frekvenciu ω_0 a ekvivalentné frekvenčné pásmo $\langle \omega_0 - B/2,\ \omega_0 + B/2 \rangle$. Faktor kvality (obrátená hodnota relatívnej šírky pásma) tohoto filtra je potom určený vzťahom

$$Q = \frac{\omega_0}{B} .$$

Akákoľvek hodnota parametra $a \neq 0$ definuje filter s ekvivalentným frekvenčným pásmom $\left\langle \left(\omega_0 - B/2\right)/a,\ \left(\omega_0 + B/2\right)/a \right\rangle$. Filter $\Psi(\omega)_a$ je teda šablónový filter, ktorého centrálna frekvencia a šírka frekvenčného pásma sú modifikované parametrom a tak, že jeho faktor kvality zostáva konštantný (Obr. 11). CWT preto predstavuje konvolúcie signálu so súborom filtrov *s* konštantným Q. Táto vlastnosť je výhodná pri analýze javov so širokým frekvenčným intervalom, kde sa často



Obr. 11. Impulzné odozvy a prenosové funkcie
sústavy filtrov s konštantným Q

používa logaritmická frekvenčná škála, pretože na nej je šírka frekvenčného pásma pre všetky analyzujúce wavelety rovnaká.

Pre signály, ktoré je možné vyjadriť analyticky, a analyticky definované wavelety je možné realizovať CWT ako priamy výpočet integrálu (10). V praxi však analyzujeme neznáme diskrétne vzorkované signály s komplikovaným časovo-frekvenčným obsahom. V takomto prípade je výhodné implementovať CWT ako konvolúcie časového radu s waveletmi vo frekvenčnej oblasti pomocou algoritmu rýchlej Fourierovej transformácie (FFT). Ak je $x(t)$ neperiodické, v časovo-frekvenčnej rovine vzniká skreslenie, prejavujúce sa prítomnosťou falošných frekvencií na začiatku a konci časového radu – tzv. okrajové efekty. Bežné metódy predspracovania vstupných údajov pre Fourierovu analýzu (zhladenie kosínusovým alebo iným oknom, odstránenie trendu a strednej hodnoty) sú pre wavelet analýzu nevhodné a dokonca môžu vnášať dodatočné skreslenie. Vhodným spôsobom eliminácie nežiadúcich okrajových efektov je doplnenie údajov na oboch stranách časového radu pridaním úsekov klesajúcich od okrajových hodnôt k nule (*Meyers et al. 1993*) alebo jednoduchým doplnením nulami (*Torrence a Compo 1998*). Po ukončení CWT sa oblasť, zodpovedajúca doplneniu, z časovo-frekvenčnej roviny odstráni. Ovplyvnená však je aj časť časovo-frekvenčnej roviny odpovedajúca signálu. Na nižších frekvenciách, teda na vyšších škálach je efekt výraznejší, pretože čím väčšia škála, tým viac umelo doplnených údajov vstupuje do výpočtu v blízkosti koncových bodov a skresľuje amplitúdu wavelet koeficientov. Ovplyvnenú oblasť časovo-frekvenčnej roviny môžeme vymedziť pomocou tzv. **„cone of influence“ (COI).** COI je na danej škále definovaný pomocou autokorelačnej funkcie analyzujúceho waveletu ako čas, v ktorom jej hodnota klesne e^{-2} -krát, t.j. ako čas, za ktorým sú koncové efekty zanedbateľné.

Výber waveletov pre časovo-frekvenčnú analýzu ovplyvňujú nasledujúce vlastnosti waveletov:

1. ortogonalita / neortogonalita – CWT využíva neortogonálne triedy waveletov, v dôsledku čoho sa získava redundantná časovo-frekvenčná reprezentácia s jemnejším rozlíšením v časovo-frekvenčnej rovine ako v prípade použitia

ortogonálnych waveletov. Analýza pomocou ortogonálnych waveletov (prípad diskrétnej ortogonálnej WT, pozri nasledujúcu podkapitolu) delí časovo-frekvenčnú rovinu na diskrétne bloky s rovnakými hodnotami wavelet koeficientov, čo dáva veľmi kompaktnú časovo-frekvenčnú reprezentáciu signálu, užitočnú pre spracovanie signálu. Ortogonalita waveletov umožnila aj vytvorenie rýchlych algoritmov pre diskrétnu WT.

2. <u>komplexný / reálny wavelet</u> - komplexný wavelet poskytuje informácie o amplitúde a aj o fáze signálu, preto je lepšie prispôsobený na vystihnutie oscilačného správania. Reálny wavelet neposkytuje fázovú informáciu a môže byť použitý na izolovanie píkov alebo diskontinuít.
3. <u>šírka waveletu v časovej / frekvenčnej oblasti</u> – kvalita lokalizácie energie na danej škále v časovo-frekvenčnej rovine je určená kompromisom medzi šírkou waveletu v časovej oblasti a vo frekvenčnej oblasti (úzky wavelet v časovej oblasti znamená lepšie časové a horšie frekvenčné rozlíšenie, kým široký wavelet bude mať horšie časové a lepšie frekvenčné rozlíšenie).
4. <u>tvar waveletu</u> – wavelet by mal odrážať typ charakteristických čŕt signálu. Pre signály s ostrými skokmi alebo schodmi je vhodný napríklad „boxcar-like“ Haarov wavelet, kým pre hladko sa meniace signály vyberáme hladké wavelety. Ak nás zaujíma len zobrazenie v časovo-frekvenčnej rovine, výber tvaru waveletu nie je až taký kritický a pomocou rôznych, vhodne zvolených waveletov je možné získať kvalitatívne podobné výsledky.

V seizmológii bola CWT spolu s WFT použitá na časovo-frekvenčnú analýzu testovacieho signálu a numericky simulovaného reflexného seizmogramu (*Chakraborty a Okaya 1995*) a na analýzu širokopásmových záznamov mikrootrasov spôsobených činnosťou sopiek Stromboli, Semeru a Pinatubo (*Bartosch a Seidl 1999*).

Časovo-frekvenčná analýza pomocou CWT umožnila odlíšenie mnohonásobných seizmických javov od mnohonásobných príchodov rozštiepených S vĺn v komplikovaných seizmogramoch mikrozemetrasení (*Lou a Rial 1995*). Pomocou CWT bolo ukázané, že u extrémneho lokálneho efektu (špičkové zrýchlenie 1.82 g v oblasti s polomerom 50 *m* vzdialenej 6 *km* od epicentra) v Tarzana Hill počas veľkého kalifornského zemetrasenia v Northridge (17.2.1994, $M_w = 6.7$) došlo pravdepodobne k vertikálnej rezonancii P- vlny zachytenej vo vnútri malého kopca s nízkymi rýchlosťami, spôsobenej vysokým rýchlostným kontrastom medzi podložím a vrcholom (*Rial 1996*). *Lessage et al. (2002)* porovnávali CWT s inými metódami na analýzu sopečných mikrootrasov a dlhoperiodických javov. CWT bola použitá aj na charakterizovanie polarizačných vlastností seizmických vĺn (*Diallo et al. 2005*).

Reprezentácia v TF rovine umožňuje analyzovať aj disperzívne vlastnosti signálu. CWT bola použitá na analýzu disperzie rýchlostí šírenia interferenčných elastických vĺn šíriacich sa pozdĺž umelého zlomu vytvoreného v laboratórnych podmienkach (*Pyrak-Nolte a Nolte 1995*), na disperznú analýzu seizmických vĺn šíriacich sa v zlomovej zóne umelého podpovrchového zlomu v Japonsku (*Nagano a Niitsuma 2000*) a na meranie grupových rýchlostí povrchových vĺn (*Yamada a Yomogida 1997*). *Kulesh et al. (2005)* použili CWT na modelovanie vlnovej disperzie, *Holschneider et al. (2005)* na charakterizovanie disperzívnych povrchových vĺn. *Kim a Park (2001)* navrhli využitie CWT s harmonickými waveletmi na určovanie fázových a grupových rýchlostí a neskôr (*Kim a Park 2002*) na určenie disperzných kriviek v SASW metóde. Ukázali, že takto získané krivky sú menej citlivé na prítomnosť šumu. Ako bolo spomenuté v predchádzajúcej kapitole, principiálne sem možno zaradiť aj práce s aplikáciami na určovanie grupových rýchlostí seizmických vĺn, využívajúcimi metódu MFT s filtrami s konštantnou relatívnou šírkou pásma pokiaľ bola splnená podmienka prípustnosti (11).

1.8.2 Diskrétna wavelet transformácia

Diskrétna wavelet transformácia (DWT) môže byť zavedená pomocou definície CWT (10) obmedzením hodnôt parametrov a a b na diskrétne hodnoty $a = a_0^j$ a $b = k\,b_0 a_0^j$, kde $j,k \in \mathbb{Z}$ ($\mathbb{Z}$ je množina celých čísel) a $a_0 > 1$, $b_0 > 0$ sú konštanty. Zodpovedajúce diskrétne wavelety sú

$$\begin{aligned} \psi(t)_{(j,k)} &= a_0^{-\frac{j}{2}}\, \psi\left(a_0^{-j}\left(t - k b_0 a_0^j\right)\right) \\ &= a_0^{-\frac{j}{2}}\, \psi\left(a_0^{-j}\, t - k b_0\right) \end{aligned}$$

a DWT je definovaná ako

$$DWT\{x\}_{(j,k)} = a_0^{-\frac{j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, \psi^*\left(a_0^{-j} t - k b_0\right) dt \ . \tag{15}$$

Rôzne hodnoty j zodpovedajú waveletom rôznej šírky, pričom šírka waveletu $\psi\left(a_0^{-j} t\right)$ je úmerná a_0^j. Aby wavelety pomocou translácie pokryli celý časový interval signálu, úzke (vysokofrekvenčné) wavelety sú posúvané malými krokmi, kým širšie wavelety (s nižšou frekvenciou) sú posúvané väčšími krokmi. Preto diskretizácia parametra translácie b závisí od a_0^j ($b = k b_0 a_0^j$).

DWT, podobne ako CWT, predstavuje vo všeobecnosti redundantnú reprezentáciu signálu, pričom výber analyzujúceho waveletu je principiálne obmedzený len podmienkou (11) prípadne (12).

V diskrétnom prípade všeobecne neexistuje vzťah pre rekonštrukciu signálu z jeho $DWT\{x\}_{(j,k)}$. Numericky stabilná rekonštrukcia signálu z jeho

$DWT\{x\}_{(j,k)}$ je možná iba vtedy, ak analyzujúce wavelety tvoria **frame** (*Daubechies 1992*). Trieda waveletov $\left\{\psi(t)_{(j,k)};\ j,k\in\mathbb{Z}\right\}$ tvorí frame, ak existujú dve konštanty A a B také, že $0<A\leq B<\infty$ a ak existuje sústava projekcií $\left\langle x(t),\psi(t)_{(j,k)}\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\psi^{*}(t)_{(j,k)}\,\mathrm{d}t = DWT\{x\}_{(j,k)}$, spĺňajúcich nerovnosť

$$A\left\|x(t)\right\|^{2} \leq \sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|DWT\{x\}_{(j,k)}\right|^{2} \leq B\left\|x(t)\right\|^{2}, \tag{16}$$

kde $\left\|x(t)\right\|^{2} = \left\langle x(t),x(t)\right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\left|x(t)\right|^{2}dt$. Konštanty A a B nazývame **hranice frame**. Rekonštrukcia signálu $x(t)$ z jeho wavelet koeficientov $DWT\{x\}_{(j,k)}$ môže byť zapísaná pomocou vzťahu

$$x(t) = \frac{2}{A+B}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}DWT\{x\}_{(j,k)}\,\psi(t)_{(j,k)} + R\,x(t), \tag{17}$$

kde R je operátor na $x(t)$, pričom platí $-\frac{B-A}{B+A}\,\mathrm{Id} \leq R \leq \frac{B-A}{B+A}\,\mathrm{Id}$ (Id je operátor identity). Z toho vyplýva, že čím je hodnota A bližšia k hodnote B, tým je druhý člen v rovnici (17) menej významný. Rekonštrukciu $x(t)$ možno realizovať pomocou iteračného algoritmu (*Daubechies 1992, Flandrin 1999*), pričom rýchlosť konvergencie závisí od pomeru A/B. Čím je A/B bližšie k 1, tým rýchlejšie klesajú chyby aproximácie pod požadovanú hodnotu.

V prípade, že sa hranice frame rovnajú, $A=B$, hovoríme o **tesnom frame** a platí

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left|DWT\{x\}_{(j,k)}\right|^{2} = A\left\|x\right\|^{2}. \tag{18}$$

Ak dosadíme do (17) $A=B$, pre rekonštrukciu $x(t)$ potom platí

$$x(t) = A^{-1}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{k=-\infty}^{\infty}DWT\{x\}_{(j,k)}\,\psi(t)_{(j,k)}. \tag{19}$$

To znamená, že signál možno zrekonštruovať ako lineárnu superpozíciu waveletov tvoriacich tesný frame, pričom koeficientmi rozvoja sú wavelet koeficienty

$DWT\{x\}_{(j,k)}$. **Ortonormálne bázy** sú špeciálnym prípadom tesného frame, ak $A = 1$ a $\left\|\psi(t)_{(j,k)}\right\| = 1$ pre všetky $j, k \in \mathbb{Z}$.

Ortonormálna DWT (oDWT) je DWT s waveletmi tvoriacimi ortonormálnu bázu. Je najviac využívanou formou DWT v aplikáciách. Ak vo vzťahu (15) zvolíme $a_0 = 2$ a $b_0 = 1$, potom existuje wavelet funkcia $\psi(t)$ taká, že jej preškálované a posunuté verzie $\psi(t)_{(j,k)}$,

$$\psi(t)_{(j,k)} = 2^{-\frac{j}{2}} \psi\left(2^{-j} t - k\right), \tag{20}$$

tvoria ortonormálnu bázu. Pre $a_0 = 2$ hovoríme o **dyadickom škálovaní waveletov** t.j. wavelety na susedných škálach majú polovičnú/dvojnásobnú šírku. Voľba $b_0 = 1$ zodpovedá translácii waveletu pozdĺž časovej osi s neprekrývajúcimi sa waveletmi. Použitie takejto ortonormálnej wavelet bázy má teda za následok veľmi kompaktnú reprezentáciu signálu v časovo-frekvenčnej rovine, tvorenú diskrétnymi blokmi, v rámci ktorých sú hodnoty wavelet koeficientov rovnaké.

Aby sme mohli popísať spôsob praktickej realizácie oDWT, stručne naznačíme princíp tzv. **analýzy na mnohých rozlíšeniach (MRA),** na ktorej je implementácia oDWT založená. MRA má okrem toho aj význam ako prostriedok na konštrukciu ortonormálnych wavelet báz.

Keďže pre oDWT môžeme signál reprezentovať ako lineárnu superpozíciu wavelet funkcií na rôznych škálach (rôzne hodnoty j, t.j. wavelety rôznej šírky), môžeme vlastne hovoriť o reprezentácii signálu na rôznych úrovniach rozlíšenia. Pripomeňme, že so zmenšovaním škály sa zmenšuje šírka analyzujúceho waveletu v časovej oblasti a teda sa zlepšuje časové rozlíšenie. Signál $x(t)$ môžeme vyjadriť ako superpozíciu hladkého pozadia (aproximácie) a fluktuácií (detailov). Označme úroveň rozlíšenia patriacu k škále 2^j ako j, a aproximáciu signálu $x(t)$ na úrovni rozlíšenia j ako $x_j(t)$. Túto aproximáciu môžeme rozložiť na hrubšiu aproximáciu $x_{j+1}(t)$ na nasledujúcej väčšej škále a detaily $d_{j+1}(t)$: $x_j(t) = x_{j+1}(t) + d_{j+1}(t)$. Pôvodný signál $x(t)$ môžeme potom vyjadriť pomocou jeho aproximácie na p-tej úrovni rozlíšenia nasledovne:

$$x(t) = x_p(t) + \sum_{j=-\infty}^{p} d_j(t).$$

Podobne sa môžeme pozrieť aj na priestor reálnych funkcií integrovateľných na druhú, $L^2(\mathbb{R})$, ako na superpozíciu podpriestorov V_p a $\{W_j\}_{j=-\infty}^{p}$ takých, že aproximácia signálu $x_p(t)$ je vo V_p a detaily $d_j(t)$ sú vo W_j. Platí $V_{j-1} = V_j \oplus W_j$, t.j. W_j je ortogonálnym doplnkom k V_j vo V_{j-1}.

Ak sú splnené nasledujúce podmienky, hovoríme o tzv. analýze na mnohých rozlíšeniach (MRA):

1. $\cdots \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \cdots \subset L^2(\mathbb{R})$
2. $\bigcap\limits_{j\in\mathbb{Z}} V_j = \{0\}$, $\overline{\bigcup\limits_{j\in\mathbb{Z}} V_j} = L^2(\mathbb{R})$
3. $x(t) \in V_0 \Leftrightarrow x\left(2^{-j}t\right) \in V_j$, pre všetky $j \in \mathbb{Z}$ a $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$
4. $x(t) \in V_0 \Rightarrow x(t-k) \in V_0$, pre všetky $k \in \mathbb{Z}$ a $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$
5. $\exists \phi \in V_0$ také, že $\phi_{0,k}(t) = \phi(t-k)$ tvoria ortonormálnu bázu vo V_0. Funkcia ϕ sa nazýva škálovacou funkciou MRA.

Z hore uvedených vlastností MRA vyplýva, že $\phi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \phi\left(2^{-j}t - k\right)$ pre všetky $j,k \in \mathbb{Z}$ a $\left\{\phi_{j,k};\, k \in \mathbb{Z}\right\}$ je ortonormálnou bázou v aproximačnom podpriestore V_j pre všetky $j \in \mathbb{Z}$.

Základným dôsledkom MRA je, že kedykoľvek súbor uzavretých podpriestorov V_j spĺňa podmienky 1.-5., existuje ortonormálna wavelet báza priestoru $L^2(\mathbb{R}) : \left\{\psi_{j,k};\, j,k \in \mathbb{Z}\right\}$, $\psi_{j,k}(t) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi\left(2^{-j}t - k\right)$ taká, že pre všetky $x(t) \in L^2(\mathbb{R})$ možno aproximáciu signálu na škále 2^{j-1}: $x_{j-1}(t)$ vyjadriť ako

$$x_{j-1}(t) = x_j(t) + \sum_{k\in\mathbb{Z}} \left\langle x(t), \psi_{j,k}(t) \right\rangle \psi_{j,k}(t).$$

Pre fixované j tvorí $\left\{\psi_{j,k};\, k \in \mathbb{Z}\right\}$ ortonormálnu bázu v podpriestore detailov W_j.

Keďže $\phi \in V_0 \subset V_{-1}$ a $\phi_{-1,k} = \sqrt{2}\, \phi(2t - k)$ je ortonormálnou bázou vo V_{-1}, môžeme vyjadriť ϕ ako lineárnu kombináciu funkcií $\phi_{-1,k}$. Vzťah medzi dvomi po sebe nasledujúcimi škálami v aproximačnom podpriestore potom vyjadruje tzv. dilatačná (zjemňujúca) rovnica

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k\in\mathbb{Z}} h_k\, \phi(2t - k),$$

kde $h_k = \left\langle \phi, \phi_{-1,k} \right\rangle$, $\sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k = \sqrt{2}$ a $\sum_{k \in \mathbb{Z}} \left| h_k \right|^2 = 1$.

Keďže $\psi \in W_0 \subset V_{-1}$, medzi dvomi po sebe nasledujúcimi škálami podpriestore detailov platí analogický vzťah, tzv. **wavelet rovnica**

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \, \phi(2t - k),$$

kde $g_k = \left\langle \psi, \phi_{-1,k} \right\rangle$, $\sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k = 0$. Dá sa ukázať, že platí $g_k = (-1)^k h_{1-k}^*$. Koeficienty h_k a g_k sa nazývajú **koeficientami filtra**. Koeficienty h_k definujú dolno-priepustný filter, ktorý umožňuje postupne získať aproximácie signálu na jednotlivých škálach. Koeficienty g_k definujú horno-priepustný filter, ktorý umožňuje postupne získať detaily signálu na jednotlivých škálach. V praxi má význam používať filtre s konečným počtom nenulových koeficientov, tzv. FIR („finite impulse response“) filtre. Ortogonálna DWT ako reprezentácia signálu $x(t)$ na mnohých úrovniach rozlíšenia môže byť získaná spôsobom, ktorý je schematicky naznačený na Obr. 12a.

Považujme pôvodný signál $x(t)$ s N vzorkami za najjemnejšiu nultú aproximáciu na úrovni rozlíšenia 0: $x(t) = x_0(t) = x_1(t) + d_1(t)$. Aplikáciou dolno-priepustného filtra na signál získame prvú aproximáciu signálu $x_1(t)$ a aplikáciou horno-priepustného filtra najjemnejšie detaily signálu $d_1(t)$. Ponechaním len párnych vzoriek (decimácia faktorom 2 alebo „downsampling“) získame $N/2$ vzoriek aproximácie a $N/2$ vzoriek detailov na úrovni rozlíšenia 1. Opätovnou aplikáciou dolno-priepustného filtra na prevzorkovanú prvú aproximáciu signálu získame hrubšiu druhú aproximáciu signálu a aplikáciou horno-priepustného filtra na prevzorkovanú prvú aproximáciu získame menej jemné detaily. Opäť sa ponechajú len párne vzorky a proces môže analogicky pokračovať, až kým nezískame najhrubšiu aproximáciu signálu a najmenej jemné detaily. Výsledná reprezentácia signálu je daná ako suma najhrubšej aproximácie signálu a detailov z rôznych úrovní rozlíšenia (na obrázku je znázornená sivou farbou). Keďže každé štádium algoritmu je spojené s aplikáciou filtrov a následnou decimáciou faktorom 2, na to, aby mohol byť signál rozložený do MRA musí byť počet vzoriek $N = 2^n$. Tento rýchly hierarchický algoritmus oDWT je ekvivalentný s tzv. „**subband filtering scheme**“ v elektroinžinierstve, a v literatúre sa často označuje ako **pyramidálny algoritmus**, pretože počet operácií v každej následnej dekompozícii klesá na polovicu. Podrobnejší popis možno nájsť v *Daubechies* (*1992*) alebo *Press et al.* (*1992*).

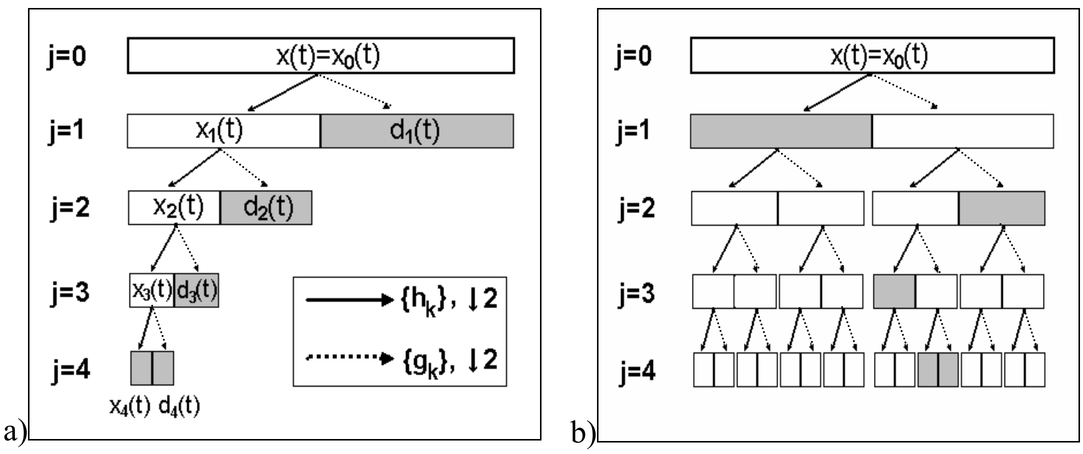
Dôležitou vlastnosťou diskrétnej wavelet transformácie je jej vysoká neinvariantnosť voči posunu, t.j. pre 2 signály, vzniknuté vyrezaním rovnako dlhého úseku posunutého len o niekoľko časových vzoriek, môžeme principiálne získať v zodpovedajúcich pozíciách v TF rovine rôzne wavelet koeficienty. Odkazy na práce, zaoberajúce sa modifikáciou štandardných algoritmov s cieľom získať invariantnosť voči posunu, možno nájsť v *Cohen et al.* (*1997*).

Aplikácie oDWT na časovo-frekvenčnú analýzu seizmických signálov nám nie sú známe. Za pokus o časovo-frekvenčnú analýzu seizmogramov pomocou oDWT by mohla byť považovaná práca *Yomogida* (*1994*). Analýza však nebola realizovaná v časovo-frekvenčnej rovine (čo by bolo oveľa prirodzenejšie a výhodnejšie), ale ako porovnávanie hodnôt wavelet koeficientov v závislosti od časovej pozície na zázname osobitne pre jednotlivé škály.

Reprezentácia signálu na mnohých úrovniach rozlíšenia a jej kompaktnosť pri oDWT sa viac využíva v mnohých aplikáciách iného druhu, pri spracovaní signálov: napr. na kompresiu údajov v prospekčnej seizmológii (*Guo a Burrus 1996, Averbuch et al. 2001*) a v numerickom modelovaní (*Moczo et al. 1998, Moczo et al. 1999*) na odstraňovanie šumu (*Miao a Cheadle 1998a, Kováčová a Kristeková 1999 a 2001, Kováčová 2001*), na automatické určovanie nasadení P alebo S vĺn (*Oonincx 1999, Anant a Dowla 1997*), na detekciu a klasifikáciu seizmických javov (*Gendron et al. 2000*). Využitie 2D DWT v prospekčnej seizmológii je popísané v práci *Cohen a Chen* (*1994*).

1.8.3 Wavelet packet analýza

Zovšeobecnením oDWT je **wavelet packet analýza (WPA).** Principiálnym rozdielom oproti oDWT je to, že pri MRA nie sú na detaily a aproximácie rozkladané len aproximačné podpriestory V_j, ale aj podpriestory detailov W_j. Implementácia teda zahŕňa aplikáciu dolno-priepustných a horno-priepustných filtrov aj na detaily, nielen na aproximácie signálu. Schematicky je to znázornené na



Obr. 12. Schematické znázornenie implementácie: a) oDWT b) WPA. ($\{h_k\}$ označuje aplikáciu dolno-priepustného filtra, $\{g_k\}$ označuje aplikáciu horno-priepustného filtra, 2 znamená decimáciu faktorom 2)

Obr. 12b. Takýto rozklad vedie k úplnému binárnemu stromu a umožňuje oveľa väčšiu voľnosť pri výbere bázových funkcií, ktoré budú použité na reprezentáciu signálu. Jednou z možných kombinácií je aj ortonormálna wavelet báza z oDWT. Iná možnosť je znázornená v obrázku sivou farbou. *Coifman a Wickerhauser* (*1992*) ukázali, že kombinovaním funkcií z binárneho stromu WPA (časovo-frekvenčných atómov pre WPA) možno pre signál $x(t)$ s N vzorkami vybudovať 2^N rôznych ortonormálnych báz. Zaviedli tzv. **„best basis“ algoritmus (BBA),** ktorý z nich vyberá optimálnu ortonormálnu bázu na základe kritéria založeného na minimalizácii entropie. Iné kritériá pre BBA možno nájsť vo *Wickerhauser* (*1994*).

WPA predstavuje prechod od diskrétnej reprezentácie signálu pomocou jedinej bázy k reprezentácii signálu pomocou redundantného slovníka časovo-frekvenčných atómov, z ktorého sú časovo-frekvenčné atómy pre optimálnu reprezentáciu signálu vyberané pomocou vhodného algoritmu.

V seizmológii bola WPA použitá na analýzu širokopásmových záznamov chvenia vyvolaného činnosťou sopiek Stromboli, Semeru a Pinatubo (*Bartosch a Steffen 1999*). Vzhľadom ku kompaktnosti reprezentácie a k algoritmom rýchlejším ako v prípade spojitých reprezentácií má WPA vhodné uplatnenie v podobných aplikáciách ako DWT: kompresia údajov (*Averbuch et al. 2000),* odstraňovanie šumu (*Gendron a Nandram 2001*). Zaujímavosťou je aplikácia WPA vo vojenskej oblasti na detekciu a klasifikáciu vojenských dopravných prostriedkov, pozemných aj leteckých, pomocou siete bezdrôtových seizmických mikrosenzorov (*Scholl et al. 1998*).

1.9 Wignerova distribúcia

Wignerova distribúcia (WD) bola prezentovaná Wignerom (*Wigner 1932*) v kvantovej fyzike. Do oblasti analýzy signálu ju zaviedol Ville v práci *Ville* (*1948*). Preto je v literatúre známa aj pod názvom Wigner-Villeho distribúcia.

WD predstavuje časovo-frekvenčnú reprezentáciu, ktorá berie do úvahy len charakter samotného signálu (t.j. nepotrebuje pomocné funkcie ako napr. funkcia okna vo WFT). Je definovaná vzťahom

$$WD\{x\}_{(\tau,\omega)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau + t/2)\, x^*(\tau - t/2)\, e^{-i\omega t}\, dt\,. \qquad (21)$$

WD je vlastne Fourierova transformácia autokorelačnej funkcie $R\{x,x\}_{(\tau,t)}$ definovanej nasledovne:

$$R\{x,x\}_{(\tau,t)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\, x(\tau + t/2)\, x^*(\tau - t/2)\ , \qquad (22)$$

t.j. Fourierova transformácia súčinu signálu s posunutou verziou seba samého. V dôsledku toho je WD nelineárna a redundantne reprezentuje signál v čase aj frekvencii. WD signálu priamo predstavuje distribúciu energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine.

Spektrogram aj WD patria do tzv. **Cohenovej triedy časovo-frekvenčných reprezentácií**. WD môže byť považovaná za centrálneho, generujúceho člena tejto triedy, pričom každá časovo-frekvenčná reprezentácia C z Cohenovej triedy môže byť vyjadrená pomocou WD nasledovne (*Cohen 1995*):

$$C\{x\}_{(\tau,\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} WD\{x\}_{(\tau-t,\,\omega-\Omega)}\,\phi(t,\Omega)\,dt\,\frac{d\Omega}{2\pi}\,, \tag{23}$$

kde ϕ je kernel integrálu C. Napríklad kernelom spektrogramu je Wignerova distribúcia funkcie okna $WD\{w\}_{(\tau,\omega)}$. TFR z Cohenovej triedy sú kvadratické distribúcie invariantné voči posunu v čase a vo frekvencii (t.j. získaná časovo-frekvenčná reprezentácia nie je ovplyvnená posunom v čase alebo frekvencii). Patria sem napr. pseudo WD, vyhladená pseudo WD, Choi-Williamsova distribúcia a Rihaczekova distribúcia.

Podobne možno od WD iným spôsobom vyhladenia odvodiť tzv. **afinitnú triedu distribúcií**, ktorá je invariantná voči posunu v čase a voči dilatácii (*Rioul a Flandrin 1992*)

$$C_{aff}\{x\}_{(\tau,a)} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} WD\{x\}_{(\tau-t,\,\Omega)}.\phi\left(\frac{t}{a},\Omega_0-a\Omega\right)dt\,\frac{d\Omega}{2\pi}, \tag{24}$$

kde a je škála a Ω_0 je centrálna frekvencia pásmovo priepustného filtra na škále 1. Takúto časovo-škálovú reprezentáciu možno zobraziť v časovo-frekvenčnej rovine pomocou vzťahu $\omega = \Omega_0 / a$. Najznámejším predstaviteľom tejto triedy je škálogram ($|\text{spojitá wavelet transformácia}|^2$), ďalej sem patria napr. afinitná vyhladená WD, Bertrandova distribúcia, D-Flandrin distribúcia, Unterbergova distribúcia a iné.

WD má mnoho žiadúcich teoretických vlastností, vysokú koncentráciu energie v TF rovine (až 2-krát lepšiu ako spektrogram). Kvadratický charakter WD však spôsobuje problémy pri analýze mnohozložkového signálu, pretože dochádza k interferencii zložiek a okrem WD jednotlivých zložiek sa navyše objavujú tzv. **„cross"-členy.** Zobrazenie v TF rovine potom nezodpovedá očakávaniu (Obr. 13).

Ak je signál dvojzložkový, platí

$$
\begin{aligned}
x(t) &= c_1 x_1(t) + c_2 x_2(t) \Leftrightarrow \\
WD\{x\}_{(\tau,\omega)} &= |c_1|^2 \, WD\{x_1\}_{(\tau,\omega)} + \\
& \quad |c_2|^2 \, WD\{x_2\}_{(\tau,\omega)} + \\
& \quad 2\,\mathrm{Re}\left(c_1 c_2 WD\{x_1, x_2\}_{(\tau,\omega)}\right) \quad ,
\end{aligned}
\tag{25}
$$

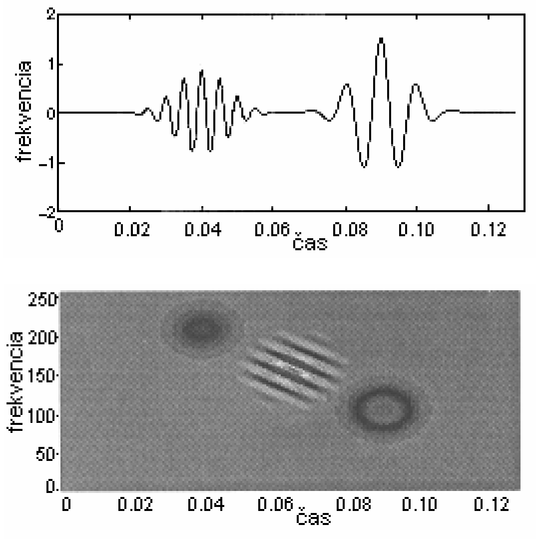
kde $WD\{x_1, x_2\}_{(\tau,\omega)}$ je „cross“-Wignerova distribúcia zložiek $x_1(t)$ a $x_2(t)$,

$$
WD\{x_1, x_2\}_{(\tau,\omega)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x_1\left(\tau + \frac{t}{2}\right) x_2^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) e^{-i\omega t} dt \,. \tag{26}
$$

Existuje niekoľko spôsobov, ako pri časovo-frekvenčnej analýze pomocou WD možno eliminovať vplyv „cross“-členov.

Jednu možnosť vlastne predstavujú niektoré časovo-frekvenčné reprezentácie z Cohenovej triedy a afinitnej triedy, ktoré môžu byť interpretované ako vyhladené WD. Použitím dolno-priepustných funkcií sa vyhladením potlačia „cross“-členy a zníži sa citlivosť na šum, ale je to na úkor rozlíšenia v časovo-frekvenčnej rovine a strácajú sa aj niektoré z dobrých teoretických vlastnosti WD. Zhoršenie koncentrácie energie môže byť kompenzované použitím **metódy relokalizácie** (*Auger a Flandrin 1995*). Tejto metóde je venovaná samostatná podkapitola.

Alternatívny prístup na odstránenie „cross“-členov ponúka WD vyhladená časovo-závislým optimálnym oknom (*Baraniuk a Jones 1993*), ktorá adaptívne pre daný signál umožňuje nájsť kompromis medzi potlačením „cross“-členov



Obr. 13. Jednoduchý dvojzložkový signál a jeho WD

a zhoršením reprezentácie signálu. Vyhladením sa získa TFR s lepším rozlíšením ako spektrogram. Táto metóda bola použitá v práci *Steeghs a Drijkoningen* (*1995*) na časovo-frekvenčnú analýzu jednorozmerných reflexných sekvencií v numericky simulovaných aj reálnych seizmogramoch. Bolo ukázané, že reprezentácia signálu v TF rovine pomocou vyhladenej WD môže byť použitá na skúmanie príspevku štruktúry Zeme k spektrálnemu obsahu seizmogramov a že je vhodná na konštrukciu a overenie sekvenčných stratigrafických modelov.

Iným spôsobom eliminovania „cross“-členov je tzv. algoritmus rekonštrukcie pomocou diskrétnej WD (*Boudreaux-Bartels a Parks 1986*). Autori nadviazali na metódu analýzy signálu pomocou diskrétnej WD (*Claasen a Mecklenbrauke 1980*). Analýzou sa získa časovo-frekvenčná reprezentácia signálu a rekonštrukcia z nej umožní oddeliť zložky signálu s požadovanými časovo-frekvenčnými charakteristikami. Tento algoritmus umožňuje odseparovať WD jednotlivých zložiek od „cross“-členov pomocou časovo-frekvenčného filtrovania a následného hľadania najbližšej platnej WD metódou minimalizácie aproximačnej chyby. Autori algoritmus testovali na syntetických signáloch. Ukázali, že umožňuje odstrániť biely šum zo signálov s veľmi nízkym pomerom signál/šum. V práci *Boudreaux-Bartels* (*1983*) bola táto metóda použitá na výber funkcií okna pre WFT a navrhovanie digitálnych filtrov. Na reálne a numericky simulované seizmogramy bol algoritmus syntézy pomocou diskrétnej WD aplikovaný v práci *Tobback et al.* (*1996*). Autori navrhli pre reálne mnohozložkové signály postup hierarchického rozkladu signálu na jednotlivé zložky. Identifikovaná zložka sa odčíta od pôvodného časového radu a pre takto získaný signál sa znovu vypočíta WD. Identifikuje sa ďalšia zložka a odčíta od signálu. Proces pokračuje, pokiaľ je v zostávajúcom signále prítomná nejaká lokalizovaná energia. Metóda môže byť použitá na potlačenie alebo zvýraznenie javov prítomných v reflexných seizmogramoch (odstránením silného odrazu sa zvýraznia javy s nižšími amplitúdami).

Dekompozíciu založenú na Gaborovom rozvoji a následnú reprezentáciu signálu pomocou WD bez „cross“-členov navrhli *Qian a Morris (1992)*, neskôr aj ako tzv. adaptívnu reprezentáciu pomocou Gaussovej bázy (*Qian a Chen 1994*). Tento adaptívny prístup je veľmi podobný k algoritmu MPD – „Matching Pursuit Decomposition“ (*Mallat a Zhang 1993*), ktorý na získanie reprezentácie signálu v TF rovine tiež využíva WD bez „cross“-členov. Metóde MPD je venovaná samostatná podkapitola.

1.10 Metóda relokalizácie (Reassignment Method)

Metóda relokalizácie (reassignment method) nie je priamo metódou časovo-frekvenčnej analýzy, ale vytvára modifikáciu už existujúcej časovo-frekvenčnej reprezentácie presúvaním jej hodnôt preč z pozície, pre ktorú boli vypočítané tak, aby bola získaná lepšia lokalizácia zložiek signálu (*Auger a Flandrin 1995*).

Metóda bola prvýkrát navrhnutá pre spektrogram (*Kodera et al. 1976*), zostala však nepoužívaná najmä kvôli ťažkostiam s implementáciou. *Auger a Flandrin (1995)* ukázali, že metóda relokalizácie môže byť použitá pre akúkoľvek bilineárnu časovo-frekvenčnú alebo časovo-škálovú reprezentáciu, publikovali vzťahy pre viacero metód a navrhli jednoduchší spôsob výpočtu a implementácie.

Princíp metódy vychádza z definície Cohenovej triedy časovo-frekvenčných reprezentácií (23). TFR z Cohenovej triedy sú získané pomocou 2D vyhladenia Wignerovej distribúcie WD kernelom integrálu $\phi(\tau,\Omega)$. Toto vyhladzovanie síce vedie k redukcii „cross"- členov, ale aj k „roztiahnutiu/rozmazaniu" reprezentácie zložiek signálu v TF rovine. To znamená, že TFR môže byť nenulová aj v oblasti, kde WD neindikuje žiadnu energiu signálu (Obr. 14). Roztiahnutie môže byť zredukované, ak sa vypočítaná hodnota TFR nepriradí centru kernelu (t,ω), kde bola pôvodne určená, ale matematickému ťažisku supportu kernelu $\phi(\tau,\Omega)$ a WD.

Všeobecne zapísané, nové súradnice v TF rovine sú (t_R, ω_R),

$$t_R = t - \frac{\iint \tau.\phi(\tau,\Omega)\, WD\{x\}_{(t-\tau,\omega-\Omega)}\, d\tau \frac{d\Omega}{2\pi}}{\iint \phi(\tau,\Omega)\, WD\{x\}_{(t-\tau,\omega-\Omega)}\, d\tau \frac{d\Omega}{2\pi}}, \tag{27}$$

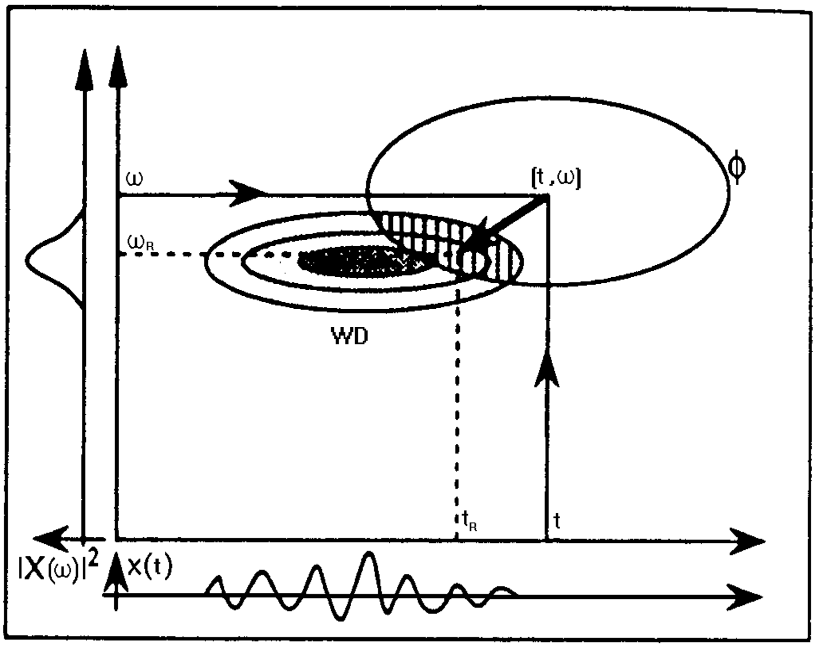
$$\omega_R = \omega - \frac{\iint \Omega.\phi(\tau,\Omega)\, WD\{x\}_{(t-\tau,\omega-\Omega)}\, d\tau \frac{d\Omega}{2\pi}}{\iint \phi(\tau,\Omega)\, WD\{x\}_{(t-\tau,\omega-\Omega)}\, d\tau \frac{d\Omega}{2\pi}}. \tag{28}$$

Takáto relokalizácia vedie ku konštrukcii modifikovanej TFR, ktorej hodnoty v ktoromkoľvek bode TF roviny sú sumou všetkých hodnôt presunutých do tohto bodu. Modifikovaná TFR už nie je bilineárna a nepatrí viac do Cohenovej triedy, je však invariantná voči posunom v čase a frekvencii, perfektne lokalizuje signály s lineárnou frekvenčnou moduláciou a impulzy, zachováva energiu signálu *(Auger et al. 1995)*.

Relokalizácia spektrogramu môže byť vypočítaná pomocou WFT s tromi rôznymi funkciami okna

$$t_R = t - \Re\left\{\frac{WFT_{Tw}.WFT_w^*}{\left|WFT_w\right|^2}\right\}, \tag{29}$$

$$\omega_R = \omega + \Im\left\{\frac{WFT_{Dw}.WFT_w^*}{\left|WFT_w\right|^2}\right\}, \tag{30}$$



Obr. 14. Zjednodušená schéma metódy relokalizácie

kde WFT_w je WFT s funkciou okna $w(t)$, WFT_{Tw} je WFT s funkciou okna $t.w(t)$ miesto $w(t)$ a WFT_{Dw} je WFT s funkciou okna $\frac{d\,w(t)}{d\,t}$ miesto $w(t)$. Symbol $\Im$ označuje imaginárnu časť komplexného čísla.

Podobne, **relokalizácia škálogramu** je popísaná vzťahmi

$$t_R \;=\; t \;-\Re\left\{\frac{a.CWT_{Tw}.CWT_w^*}{\left|CWT_w\right|^2}\right\}, \tag{31}$$

$$\omega_R \;=\; \frac{\omega_0}{a} + \Im\left\{\frac{CWT_{Dw}.CWT_w^*}{\left|CWT_w\right|^2}\right\}, \tag{32}$$

kde CWT je tiež počítaná pre tri sady waveletov: pôvodné, vynásobené s t, derivované podľa t; a je škála waveletu a ω_0 je centrálna frekvencia waveletu na škále $a=1$. Symbol $\Re$ označuje reálnu časť komplexného čísla.

Metóda relokalizácie spektrogramu bola použitá v prospekčnej seizmológii napríklad v práci *Odegard et al. (1997).* Využitie metódy relokalizácie škálogramu na porovnávanie numericky simulovaných seizmogramov vygenerovaných dvoma rôznymi metódami modelovania seizmického pohybu bolo prezentované v práci *Moczo et al. 2001.*

1.11 Metóda Matching Pursuit Decomposition (MPD)

Lineárny rozvoj signálu pomocou jedinej bázy (či už je to Fourierova, wavelet alebo nejaká iná báza) nie je dostatočne flexibilný na reprezentáciu komplikovaného nestacionárneho signálu. Z určitého hľadiska sú takéto dekompozície podobné textu zapísanému pomocou malého slovníka. Vyjadrovanie nie je efektívne, pretože vyžaduje používanie zdĺhavého opisu miesto výstižných slov. Podobné úvahy motivovali zavedenie dekompozícií signálu pomocou rozsiahlych redundantných slovníkov neortogonálnych elementárnych funkcií, dobre lokalizovaných v čase a vo frekvencii (časovo-frekvenčných atómov). K tomu je okrem vhodne zvoleného slovníka potrebný aj efektívny algoritmus, ktorý umožní vybrať zo slovníka atómy vhodné na reprezentáciu daného signálu. Takýmito algoritmami sú tzv. „pursuit" algoritmy, ktorých zástupcami sú napr. matching pursuit a basis pursuit.

Matching pursuit (MP) je algoritmus, ktorý rozkladá signál do lineárneho rozvoja pomocou časovo-frekvenčných atómov, patriacich do redundantného slovníka (*Mallat a Zhang 1993*). Atómy sú vyberané tak, aby sa najlepšie zhodovali s lokálnou štruktúrou signálu. MP spolu so zvoleným slovníkom definuje adaptívnu časovo-frekvenčnú dekompozíciu. **Slovník** D je tvorený triedou časovo-frekvenčných atómov, vzniknutých škálovaním, posunom a frekvenčnou moduláciou funkcie $g(t) \in L^2(\mathbb{R})$ takej, že $\|g(t)\| = 1$, integrál $g(t)$ je nenulový a $g(0) \neq 0$. Pre akúkoľvek škálu $s > 0$, posun u a frekvenčnú moduláciu ξ, označíme $\gamma = (s, u, \xi)$ a definujeme časovo-frekvenčné atómy

$$g_\gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{i\xi t} \quad , \tag{33}$$

kde $\gamma \in \Gamma = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^2$. Funkcia $g_\gamma(t)$ je v časovej oblasti centrovaná okolo u a jej šírka je úmerná s. Vo frekvenčnej oblasti je jej spektrum $\hat{g}_\gamma(\omega)$ centrované okolo $\omega = \xi$ a jeho šírka je úmerná $1/s$.

MP algoritmus postupne aproximuje $x(t)$ pomocou ortogonálnych projekcií na elementy slovníka. Ďalej bude kvôli prehľadnosti textu $x(t)$ označované len ako x. Ak $g_{\gamma_0} \in D$, potom x môže byť rozložené na

$$x = \langle x, g_{\gamma_0} \rangle g_{\gamma_0} + Rx ,$$

kde Rx je reziduálny vektor po aproximácii x v smere g_{γ_0}. Keďže g_{γ_0} je ortogonálne k Rx, platí $\|x\|^2 = \left|\left\langle x, g_{\gamma_0}\right\rangle\right|^2 + \|Rx\|^2$. Aby $\|Rx\|$ bolo minimálne, musíme vybrať $g_{\gamma_0} \in D$ také, že $\left|\left\langle x, g_{\gamma_0}\right\rangle\right|$ je maximálna. Tým nájdeme g_{γ_0} najlepšie sa zhodujúce s x. Potom rozložíme aj Rx projekciou na taký vektor z D, ktorý sa najlepšie zhoduje s Rx. Táto projekcia generuje druhé reziduum, ktoré je opäť rozložené, atď. Reziduum n-tého rádu potom rozložíme ako $R^n x = \left\langle R^n x, g_{\gamma_n}\right\rangle g_{\gamma_n} + R^{n+1}x$. Dá sa ukázať, že $\left\|R^n x\right\|$ klesá exponenciálne k nule. Ak označíme $x = R^0 x$, potom rozklad f do rádu m môžeme zapísať ako

$$x = \sum_{n=0}^{m-1} \left\langle R^n x, g_{\gamma n}\right\rangle g_{\gamma n} + R^m x. \qquad (34)$$

Ak zastavíme algoritmus v tomto štádiu, mame aproximáciu x s chybou $R^m x$. Táto suma však nie je lineárnym rozvojom vektorov $\left(g_{\gamma_n}\right)_{0 \le n < m}$, ktorý najlepšie aproximuje x a aproximačnú chybu možno ešte zredukovať. Ak V_m je priestor generovaný vektormi $\left(g_{\gamma_n}\right)_{0 \le n < m}$, ortogonálny projektor na V_m označme P_{V_m}. $P_{V_m} x$ je potom najbližší vektor k x, ktorý môže byť zapísaný ako lineárny rozvoj m vektorov $\left(g_{\gamma_n}\right)_{0 \le n < m}$. Ak pomocou takéhoto projektora P_{V_m} rozložíme aj aproximačnú chybu $R^m x$ do vektorov $\left(g_{\gamma_n}\right)_{0 \le n < m}$ ako $P_{V_m} R^m x = \sum_{n=0}^{m-1} y_n g_{\gamma_n}$, potom pre rozklad x dostaneme miesto pôvodných koeficientov rozkladu $\left\langle R^n x, g_{\gamma_n}\right\rangle$ modifikované koeficienty $\left\langle R^n x, g_{\gamma_n}\right\rangle + y_n$. Pôvodná aproximačná chyba $R^m x$ je teda znížená o $\sum_{n=0}^{m-1} y_n g_{\gamma_n}$. Výpočet tejto sumy sa nazýva spätná projekcia.

Zápis dvojitej sekvencie $\left(\left\langle R^n x, g_{\gamma_n}\right\rangle, \gamma_n\right)_{n \in \mathbb{N}}$ plne charakterizuje dekompozíciu, pretože skalárne súčiny predstavujú koeficienty rozvoja a súbor parametrov γ_n špecifikuje, ktoré časovo-frekvenčné atómy boli použité pre rozklad signálu. Nazývame ho **kniha štruktúry MPD**. Distribúciu energie signálu môžeme získať sumáciou Wignerovej distribúcie (21) jednotlivých zvolených časovo-frekvenčných atómov. Pre distribúciu energie potom platí

$$E\{x\}_{(t,\omega)} = \sum_{n=0}^{\infty} \left|\left\langle R^n x, g_{\gamma_n}\right\rangle\right|^2 WD\left\{g_{\gamma_n}\right\}_{(t,\omega)}.$$

Keďže $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} E\{x\}_{(t,\omega)}\, dt\, d\omega = \|x\|^2$, môžeme $E\{x\}_{(t,\omega)}$ interpretovať ako hustotu energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine (t,ω). Na rozdiel od štandardnej WD (t.j. WD nerozloženého signálu), táto distribúcia energie neobsahuje „cross“-členy.

Ak $g(t)$ je gaussovské okno,

$$g(t) = 2^{1/4} e^{-\pi t^2}, \tag{35}$$

časovo-frekvenčné atómy $g_\gamma(t)$ (33) sa nazývajú **Gaborove funkcie** a tvoria tzv. **Gaborov slovník**. Nech je analytické vyjadrenie Wignerovej distribúcie Gaussovej funkcie $WD\{g\}_{(t,\omega)}$,

$$WD\{g\}_{(t,\omega)} = 2e^{-\pi\left(t^2+\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^2\right)}. \tag{36}$$

Potom Wignerovu distribúciu Gaborových funkcií $WD\{g_\gamma\}_{(t,\omega)}$ môžeme vypočítať pomocou jednoduchého posúvania indexov analytického vyjadrenia Wignerovej distribúcie Gaussovej funkcie $WD\{g\}_{(t,\omega)}$ (*Mallat a Zhang 1993*):

$$WD\{g_\gamma\}_{(t,\omega)} = WD\{g_{su}\}_{(t,\omega-\xi)} = WD\{g\}_{((t-u)/s,\, s(\omega-\xi))}, \tag{37}$$

kde $g_{su}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\, g\left(\frac{t-u}{s}\right)$ sú škálované a posúvané Gaussove funkcie a $g_\gamma(t) = g_{su}(t)e^{i\xi t}$. Časovo-frekvenčná distribúcia energie je potom sumou gaussovských kopčekov (blobs), ktorých poloha a zmeny tvaru pozdĺž časovej a frekvenčnej osi závisia od súboru parametrov $\gamma_n = (s_n, u_n, \xi_n)$ pre $n \in \{0,\ldots,m-1\}$.

MP teda spolu s redundantnými časovo-frekvenčnými slovníkmi (napr. s Gaborovým slovníkom) vedie k adaptívnej dekompozícii signálu, pri ktorej sú štruktúry signálu reprezentované atómami s najbližšími časovo-frekvenčnými charakteristikami, explicitne danými súborom parametrov γ_n, $n \in \{0,\ldots,m-1\}$.

V praxi sa kvôli redukcii výpočtových nárokov algoritmus vykonáva dvojkrokovo, pričom prvé hrubé vyhľadávanie sa robí v menšom (menej „hustom“) podslovníku D_α a druhé detailné vyhľadávanie sa vykonáva v kompletnom slovníku D už len v okolí lokálneho maxima nájdeného pre podslovník D_α (*Mallat a Zhang 1993*).

Adaptívnosť algoritmu spolu s vynikajúcou lokalizáciou energie v časovo-frekvenčnej rovine bez prítomnosti „cross"-členov predurčujú MPD na analýzu komplikovaných signálov, o ktorých obsahu máme vopred len málo informácie. Ak je k dispozícii dostatočná predbežná informácia, je principiálne možné adaptovať slovník. Hľadanie stratégií na optimalizovanie slovníkov je otvorený problém, ktorý má podobné črty ako problémy učenia v neurónových sieťach (*Mallat a Zhang 1993*).

Bola skúmaná aj **ortogonálna MPD (oMPD)** (*Davis et al. 1994, Davis et al. 1995*), pri ktorej sa elementy slovníka pre dekompozíciu vyberajú tak, aby boli ortogonálne. Potom nie je potrebné robiť spätnú projekciu na konci procedúry rozkladu. Ortogonálna MPD vo všeobecnosti konverguje rýchlejšie. Autori však ukázali, že pôvodná neortogonálna aj ortogonálna MPD konvergujú rovnako rýchlo, kým sú rozkladané štruktúry signálu koherentné s elementami slovníka. Keď reziduá už takéto štruktúry neobsahujú, konvergujú k náhodnému invariantnému procesu, ktorý môže byť interpretovaný ako generický šum vzhľadom k danému slovníku, tzv. šum slovníka. V tomto štádiu už ortogonálna MPD konverguje oveľa rýchlejšie ako neortogonálna. V praxi to však veľký význam nemá, pretože ak reziduá signálu už neobsahujú štruktúry koherentné s elementami slovníka, nemá zmysel pokračovať v rozklade. Navyše oMPD môže viesť k numericky nestabilným rozkladom, je pomalšia (t.j. v priemere jedna iterácia trvá dlhšie) a vyžaduje oveľa viac pamäte. Iba v prípadoch, ak je signál jednoduchší, t.j. ak môže byť reprezentovaný malým počtom časovo-frekvenčných atómov, je vďaka rýchlejšej konvergencii výhodnejšia oMPD.

Ortogonálna MPD bola nezávisle študovaná aj v práci *Pati et al.* (*1993*), ale ani zďaleka nie tak komplexne ako v predchádzajúcom texte. Autori teoreticky odôvodnili rýchlejšiu konvergenciu oMPD v porovnaní s pôvodnou MPD. Uviedli len dva príklady rozkladu oboma metódami použitím slovníka wavelet frames (menej redundantný ako Gaborov, ktorý wavelet frames obsahuje). V oboch prípadoch oMPD konvergovala rýchlejšie. V prvom prípade bola oMPD 8- krát výpočtovo náročnejšia aj napriek menšiemu počtu iterácií na dosiahnutie rovnakej aproximačnej chyby. V druhom príklade veľmi jednoduchého signálu bola oMPD 20-krát rýchlejšia. Ako sme uviedli vyššie, prípad jednoduchých signálov je vlastne jediným prípadom, kde je oMPD skutočne výhodnejšia. Pre tento signál a daný slovník je ale výpočet oMPD zbytočný, pretože oveľa efektívnejšie by bolo použiť rýchly algoritmus oDWT, prípadne CWT. Druhý príklad bol zrejme účelovo zvolený. Na základe takýchto neúplných argumentov v prospech oMPD autori vytvorili záver, že oMPD je výhodnejšia než MPD, dokonca že pre veľké redundantné slovníky by mala byť aj výpočtovo efektívnejšia. Paradoxne, táto práca je oveľa viac citovaná ako *Davis et al. (1994, 1995)* a stala sa základom pre niekedy skresľujúce porovnávanie MPD metódy s inými metódami, napr. s metódou basis pursuit.

Nevýhodou MPD je fakt, že ak algoritmus v niektorých špeciálnych prípadoch signálu a/alebo slovníka na začiatku iteračného procesu nevyberie atóm, ktorý najlepšie zodpovedá štruktúre signálu, zvyšok procesu je vlastne naprávaním chyby, urobenej na začiatku. Dôsledkom je potom pomalšia konvergencia a napr. neschopnosť rozlíšiť dva čiastočne sa prekrývajúce vlnové skupiny s veľmi malým časovým posuvom, ktoré majú rovnakú frekvenciu a amplitúdy. V takomto prípade MPD reprezentuje v 1. iterácii 2 vlnové skupiny jedným časovo-frekvenčným atómom s danou frekvenciou ale s dlhším trvaním a s časovou pozíciou medzi dvoma skutočnými pozíciami. Tento problém umožňuje riešiť tzv. MPD s vysokým rozlíšením (HRMPD) (*Jaggi et al. 1995, Gribonval 1996, Jaggi et al. 1998*). Vysoké časové rozlíšenie má za následok zníženie frekvenčného rozlíšenia. V niektorých aplikáciách, kde je časové rozlíšenie podstatnejšie (napr. analýze zvuku) to však neprekáža.

Na redukciu možných štatistických chýb pri spracovaní veľkých objemov údajov navrhli *Durka et al. (2001)* na MPD použiť stochastické slovníky odvodené od Gaborovho slovníka. Myšlienka môže byť aplikovaná aj na spracovanie jednotlivých časových radov a to tak, že reprezentácia signálu je získaná ako priemer TF rovín získaných dekompozíciami daného signálu pomocou desiatok rôznych realizácií menších stochastických slovníkov. Takto je možné čiastočne kompenzovať vyššie spomenutú vlastnosť MPD, keď niekedy algoritmus v ďalších iteráciách musí naprávať prípadné chyby aproximácie urobené na začiatku. Je to však na úkor kompaktnosti reprezentácie.

MPD je zatiaľ využívaná najmä v prospekčnej seizmológii. *Chakraborty a Okaya (1995*) aplikovali MPD na analýzu numericky simulovaného seizmogramu a aj na analýzu reálnych seizmických záznamov. Autori ukázali, že MPD pre tieto signály poskytuje vynikajúcu lokalizáciu energie v časovo-frekvenčnej rovine a podľa tvaru jednotlivých časovo-frekvenčných atómov umožňuje na záznamoch identifikovať rôzne druhy javov (napr. odrazy, nízko-frekvenčné povrchové vlny, monofrekvenčný 60 Hz šum, šum generovaný odstrelom). Navrhli ďalšie perspektívne aplikácie MPD: na analýzu útlmových vlastností prostredia alebo na selektívne zvýraznenie/potlačenie niektorých javov na zázname. *Miao a Cheadle (1998b)* tiež konštatovali, že MPD je prostriedkom na časovo-frekvenčnú reprezentáciu signálu s vysokým rozlíšením a pomocou MPD a wavelet transformácie odvodili niekoľko nových seizmických atribútov, ktoré umožňujú skúmať dáta získané seizmickou prospekciou. Na základe MPD vyvinuli metódu na určenie útlmu s vyššou presnosťou. *Wang a Pann (1996)* navrhli využitie MPD na migráciu seizmických údajov. Táto práca bola časopisom Geophysics ocenená ako jeden z najlepších konferenčných príspevkov na SEG 1996. Ďalšie vylepšenie a urýchlenie tejto prospekčnej metódy bolo navrhnuté v práci *(Li et al. 1998)* s ešte efektívnejšou reprezentáciou údajov, menej citlivou na prítomnosť šumu. *Verhelst (1998)* použil MPD s Gaborovým slovníkom na extrahovanie fázovej informácie a ďalších atribútov. Ukázal, že metóda je na rozdiel od iných prístupov stabilná v prítomnosti šumu, že umožňuje extrahovať absolútne atribúty (t.j. vzhľadom k jednému záznamu) a teda môže byť použitá na charakterizovanie lokálnych

„facies“. MP spolu s wavelet packet slovníkom fractional-spline waveletov bol navrhnutý na získavanie litho-stratigrafických informácií (*Herrmann 2000 a 2001*). Pomocou MPD boli analyzované aj helioseizmické údaje (*Ayukov a Baturin 1999*).

Basis pursuit (BP) (*Chen et al. 1999*) je alternatívny „pursuit“ algoritmus, ktorý využíva na hľadanie suboptimálnej aproximácie signálu pomocou veľmi redundantného slovníka úplne iný prístup ako MP. BP algoritmus nehľadá zodpovedajúce časovo-frekvenčné atómy iteratívne ako MPD, ale minimalizuje globálnu hodnotovú (cost) funkciu naraz pre všetky atómy potrebné na reprezentáciu. Takáto stratégia je aj napriek použitiu efektívnych metód lineárneho programovania výpočtovo veľmi náročná a bráni praktickému uplatneniu metódy pre dlhšie signály. Aj keď pre niektoré špeciálne typy signálov (napr. aj také, ktoré MPD nezvláda úplne korektne) dosahuje BP pozoruhodne dobré aproximácie, pre signály dlhšie ako 1000 vzoriek sa výpočty stávajú neúnosnými (*Mallat 1998*). Preto sa tejto metóde nebudeme venovať podrobnejšie.

2 CIELE DIZERTAČNEJ PRÁCE

1. Porovnať vybrané metódy časovo-frekvenčnej analýzy z hľadiska ich aplikovateľnosti na analýzu komplikovaných nestacionárnych seizmických signálov.
2. Modifikovať vybrané metódy TFA tak, aby boli presnejšie v prípade zložitých signálov s frekvenčnou moduláciou.
3. Vyvinúť kvantitatívne kritériá na porovnávanie seizmogramov.
4. Modifikovať metódu výpočtu H/V pomeru zo záznamov seizmického šumu tak, aby umožnila presnejšie fitovať krivky elipticity Rayleighových vĺn.
5. Vypracovať súbory programov v jazyku Fortran 95 na časovo-frekvenčnú analýzu signálov vybranými alternatívnymi metódami a na výpočet kvantitatívnych kritérií na porovnávanie seizmogramov.
6. Analyzovať numericky simulovaný seizmický šum.
7. Aplikovať časovo-frekvenčnú analýzu pri výbere lokalít seizmických staníc.

3 VÝSLEDKY DIZERTAČNEJ PRÁCE

3.1 Porovnanie metód časovo-frekvenčnej analýzy

3.1.1 Porovnanie vlastností metód časovo-frekvenčnej analýzy

V predchádzajúcom texte sme popísali základné princípy a vlastnosti vybraných metód časovo-frekvenčnej analýzy. Do prehľadu sme vyberali základných predstaviteľov časovo-frekvenčných metód, používaných v súčasnosti, s odlišnými princípmi a teda aj rôznymi vlastnosťami. Cieľom nebolo dať detailný a matematicky kompletný popis metód (ten môže byť nájdený v literatúre uvedenej v referenciách), ale vytvoriť nadhľad potrebný pre zhodnotenie možností praktického uplatnenia rôznych metód časovo-frekvenčnej analýzy a na korektnú interpretáciu získaných výsledkov. V tejto podkapitole porovnáme jednotlivé metódy a to najmä z hľadiska kvality lokalizácie energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine a interpretovateľnosti výsledkov, z hľadiska obmedzení danej metódy a perspektív pre jej praktické uplatnenie na analýzu zložitých nestacionárnych signálov, akými sú aj seizmogramy. Porovnanie metód časovo-frekvenčnej analýzy bolo spolu so zovšeobecnením metódy MPD na „lineárnu“ MPD prezentované na konferenciách *ČSSD 2001 a CGK 2001* a na pracovnom stretnutí projektu 5. RP EÚ SESAME v Zürichu (2001).

<u>WD, Cohenova a afinitná trieda:</u>

Osobitné postavenie medzi metódami časovo-frekvenčnej analýzy má WD, ktorej vlastnosti nie sú ovplyvňované voľbou pomocnej funkcie, ako je to pri dekompozíciách. Má preto vynikajúce časovo-frekvenčné rozlíšenie, t.j. energia signálu je veľmi dobre lokalizovaná v časovo-frekvenčnej rovine. Praktické využitie tejto výbornej vlastnosti však znemožňujú „cross“-členy, ktoré pre zložitejšie viaczložkové signály veľmi zneprehľadňujú reprezentáciu signálu v časovo-frekvenčnej rovine. WD je naviac veľmi citlivá na prítomnosť šumu.

Časovo-frekvenčné reprezentácie z Cohenovej a afinitnej triedy predstavujú jeden zo spôsobov odstránenia vplyvu „cross“-členov. Tieto TFR môžu byť interpretované ako vyhladené WD. Vyhladením sa síce potlačia „cross“-členy a zníži sa citlivosť na šum, ale zhoršia sa lokalizačné vlastnosti.

Zaujímavé vlastnosti má tzv. „vyhladená pseudo WD“, ktorá na vyhladenie v časovej oblasti umožňuje použiť okno nezávislé od okna vo frekvenčnej oblasti. Táto TFR umožňuje postupný prechod od WD ku spektrogramu použitím rôznych Gaussových funkcií na vyhladenie. Vylepšenou reprezentáciou tohto typu je WD vyhladená časovo-závislým optimálnym oknom (*Baraniuk a Jones 1993*), ktorá sa pokúša adaptívne pre daný signál nájsť kompromis medzi potlačením „cross“-členov a zhoršením reprezentácie signálu.

Iné metódy z Cohenovej triedy alebo afinitnej triedy buď dostatočne efektívne nepotláčajú „cross“ členy, alebo „cross“ členy majú inú konfiguráciu v TF rovine ako u WD (napr. Rihaczekova distribúcia, Margenau-Hill distribúcia, Choi Williams distribúcia). Niektoré sú výhodné pre analýzu špeciálnych typov jednoduchších signálov (napr. Bertrandova distribúcia – signály s hyperbolickým grupovým oneskorením, Unterbergerova distribúcia – signály s grupovým oneskorením úmerným $1/f^2$).

Zhoršenie lokalizácie pri vyhladení WD môže byť pomerne efektívne kompenzované pomocou metódy relokalizácie. Metóda relokalizácie zároveň čiastočne potláča „cross“-členy (*Auger a Flandrin 1995*).

Potlačenie „cross“-členov pomocou algoritmu syntézy (*Boudreaux-Bartels a Parks 1986*) predstavuje komplikovanú iteratívnu procedúru, ktorá sa najmä v prípade zložitého signálu nezaobíde bez značnej dávky subjektivity.

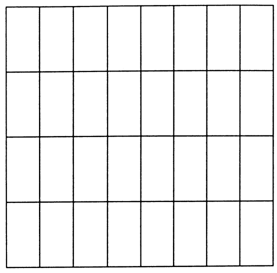
WD má teda síce veľký teoretický význam, ale pre zložité signály je sama o sebe v praxi takmer nepoužiteľná. Väčší praktický význam majú časovo-frekvenčné reprezentácie odvodené od WD, tie však vždy predstavujú kompromis medzi pokusom odstrániť „cross“-členy a súčasným zhoršením výborných lokalizačných vlastností WD. Podrobnejším skúmaním vlastností časovo-frekvenčných reprezentácií z Cohenovej triedy, ich aplikovateľnosťou a hľadaním vhodných alternatív sa zaoberala dizertačná práca v oblasti komunikačných technológií (*Pedersen 1997*). Jedným z dôležitých záverov práce bolo konštatovanie, že na získanie interpretovateľných časovo-frekvenčných reprezentácií s dobrými vlastnosťami je nevyhnutné do výskumu metód časovo-frekvenčnej analýzy zahrnúť okrem WD a reprezentácií z Cohenovej triedy aj principiálne iné matematické metódy.

<u>WFT a WT:</u>

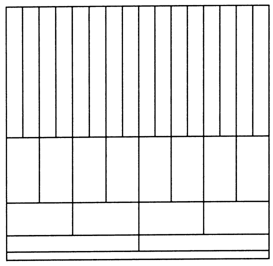
Spektrogram $|WFT|^2$ je asi najznámejšou a donedávna aj najpoužívanejšou časovo-frekvenčnou reprezentáciou. Pritom táto metóda má vlastnosti nevhodné na analýzu zložitých nestacionárnych signálov. Umožňuje získať reprezentáciu signálu s fixným rozlíšením v celej časovo-frekvenčnej rovine. Časové a frekvenčné rozlíšenie je určené výberom funkcie okna. Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti platí globálne v celej časovo-frekvenčnej rovine. Schematicky to môžeme znázorniť pomocou rozdelenia časovo-frekvenčnej roviny na tzv. *informačné bunky*, kde šírka a výška bunky predstavujú časovú a frekvenčnú neurčitosť (Obr. 15a).

Na rozdiel od WFT pre CWT a DWT platí Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti lokálne pre jednotlivé škály (Obr. 15b) čo znamená, že časové a frekvenčné rozlíšenie sa v rámci TF roviny mení. V oblasti nízkych frekvencií je lepšie frekvenčné rozlíšenie, v oblasti vysokých frekvencií je lepšie časové rozlíšenie.

Keďže DWT je diskrétna transformácia, jej rozlišovacia schopnosť je značne limitovaná v porovnaní s CWT. Jej výhodou je však rýchlejší výpočet a



Obr. 15a. Schematické zobrazenie informačných buniek pre WFT



Obr. 15b. Schematické zobrazenie informačných buniek pre DWT

kompaktnosť výslednej reprezentácie, t.j. signál môže byť efektívne reprezentovaný pomocou malého počtu koeficientov. To sa využíva napríklad pri detekcii a klasifikácii javov, odstraňovaní šumu, a kompresii. Pri týchto aplikáciách nie je potrebná detailná informácia o časovo-frekvenčnom obsahu, ale podstatnejšia je kompaktnosť reprezentácie a rýchly výpočet. Odstraňovaniu šumu zo seizmických signálov pomocou DWT sme sa venovali v prácach *Kováčová a Kristeková (1999, 2001).* Využitie kompresie pomocou oDWT na optimalizáciu diskovej pamäti ako súčasti kombinovanej pamäťovej optimalizácie pri 3D konečno-diferenčnom modelovaní seizmického pohybu sme prezentovali v prácach *Moczo et al. (1998, 1999).*

Pre lepšie porovnanie vlastností WFT a WT sme sa na ne pozreli cez koncept atomickej dekompozície, získanej projekciou analyzovaného signálu do triedy časovo-frekvenčných atómov. Všeobecné časovo-frekvenčné atómy $g_\gamma(t)$ sú dané vzťahom (33)

$$g_\gamma(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\, g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{i\xi t} \,,$$

kde $\gamma = (s, u, \xi)$, $s > 0$ je škála, u je posun a ξ je frekvenčná modulácia.

Vo WFT majú všetky atómy konštantnú škálu $s = s_0$. To znamená, že koeficienty $WFT\{x\}_{(\tau,\omega)}$ poskytujú adekvátne informácie len o tých štruktúrach analyzovaného signálu, ktoré sú lokalizované v časovej škále rádu s_0. Ak však signál obsahuje štruktúry s rôznou časovou škálou (prípad zložitých nestacionárnych signálov), miesto adekvátnej informácie získame nepresné a skreslené výsledky.

Na rozdiel od WFT, CWT a DWT rozkladajú signál pomocou časovo-frekvenčných atómov s rôznymi škálami. Trieda časovo-frekvenčných atómov (v tomto prípade waveletov) je vybudovaná previazaním hodnoty frekvenčného parametra ξ so škálou s vzťahom $\xi = \frac{\xi_0}{s}$, kde ξ_0 je konštanta. Tým umožňujú poskytnúť presnejšie informácie o štruktúrach analyzovaného signálu, ktoré sú lokalizované na rôznych časových škálach a frekvenciách.

Špeciálnym druhom analýzy pomocou zovšeobecnenia oDWT je WPA s rôznymi algoritmami pre výber optimálnej bázy. WPA získava adaptívnu časovo-frekvenčnú reprezentáciu tým, že vyberá také elementy z wavelet packet slovníka, ktoré najlepšie zodpovedajú lokálnemu charakteru signálu. Pritom nekladie obmedzenie na previazanie škály a frekvenčného parametra časovo-frekvenčných atómov. Preto je na reprezentáciu nestacionárnych signálov vhodnejšia ako DWT. Podobne ako pri použití DWT je výsledná TFR kompaktná, čím je limitované jej časovo-frekvenčné rozlíšenie. Výsledná reprezentácia signálu síce vďaka adaptívnosti algoritmu poskytuje lepšie rozlíšenie ako u oDWT, ale stále horšie ako u CWT.

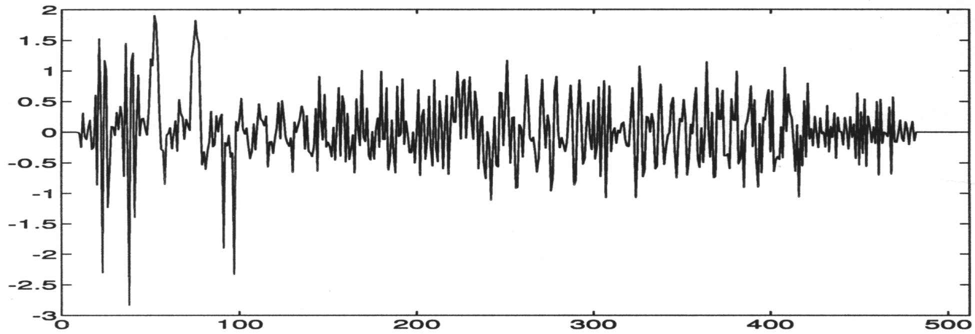
MPD:

Pursuit algoritmy MPD a BP umožňujú ešte flexibilnejšiu reprezentáciu signálu ako WPA. Z hľadiska praktického využitia je perspektívnejšie MPD s Gaborovým slovníkom časovo-frekvenčných atómov, pretože výpočty BP sú už pre signály s rádovo 1000 vzorkami neúnosné.

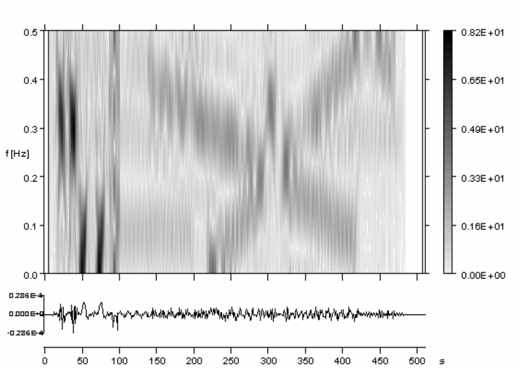
Pri MPD je vynikajúce rozlíšenie v časovo-frekvenčnej rovine výsledkom niekoľkých faktorov: adaptívnosti MP algoritmu, použitím redundantného slovníka Gaborových funkcií na dekompozíciu signálu a použitím sumy WD jednotlivých atómov (t.j. bez „cross“-členov) na získanie reprezentácie signálu v časovo-frekvenčnej rovine. Gaborove funkcie majú unikátne postavenie z hľadiska časovo-frekvenčnej analýzy. Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti implikuje, že plocha informačnej bunky nikdy nemôže byť menšia ako $1/4\pi$. Čím je plocha informačnej bunky bližšia k tejto hodnote, tým má časovo-frekvenčný atóm lepšie lokalizačné vlastnosti v časovo-frekvenčnej rovine – t.j. jeho energia je viac koncentrovaná v TF rovine. Jedine Gaussova funkcia, vhodne modulovaná a dilatovaná, má minimálnu plochu informačnej bunky (*Wickerhauser 1994*). Ďalšou nezanedbateľnou výhodou MPD je kompaktnosť výslednej reprezentácie a jednoduchá a rýchla rekonštrukcia zvolenej časti signálu.

3.1.2 Testovací príklad zložitého nestacionárneho signálu s lineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času

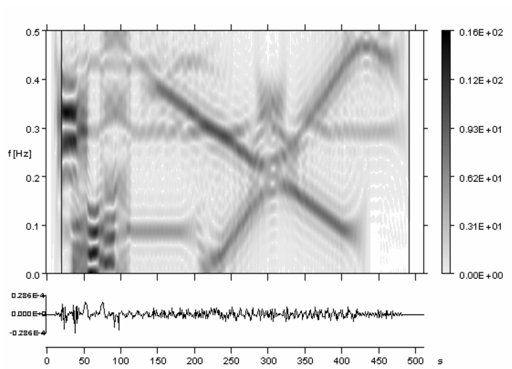
Obr. 16 ilustruje vlastnosti jednotlivých metód TFA na výsledkoch časovo-frekvenčnej analýzy veľmi nestacionárneho komplikovaného testovacieho signálu, získaných pomocou rôznych metód. Signál (Obr. 16a) má 512 vzoriek a je vytvorený sčítaním lineárnych chirp funkcií, Diracových impulzov, sínusoidálnych úsekov a vlnových skupín s rôznymi časovo-frekvenčnými lokalizáciami. Ako chirp funkcie sa v oblasti spracovania signálu označujú oscilujúce signály s frekvenčnou moduláciou, postupne sa meniacou v závislosti od času (t.j. v seizmologickom chápaní signály s disperziou). Tento testovací signál bol použitý aj v práci *Mallat a Zhang (1993)*.



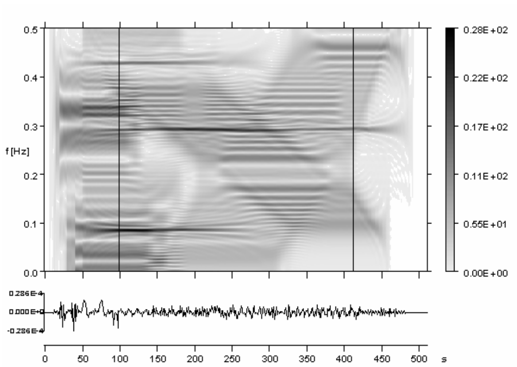
Obr. 16a: Analyzovaný signál



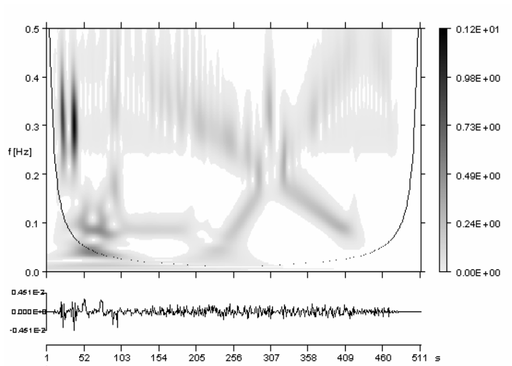
Obr.16b: $|WFT|^2$ (dĺžka okna 10s)



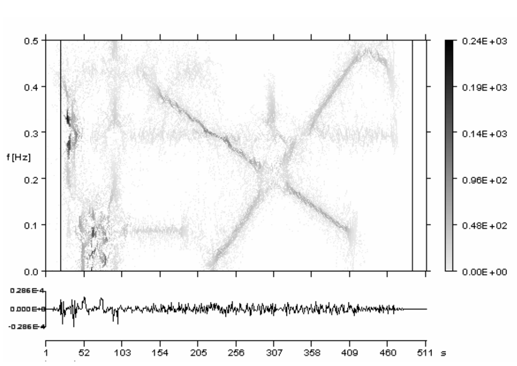
Obr. 16c: $|WFT|^2$ (dĺžka okna 40s)



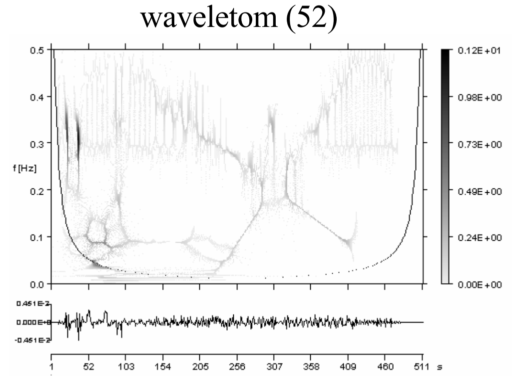
Obr. 16d: $|WFT|^2$ (dĺžka okna 200s)



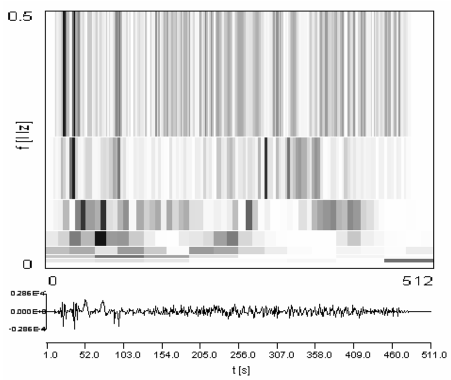
Obr. 16e: $|CWT|^2$ s Morletovým waveletom (52)



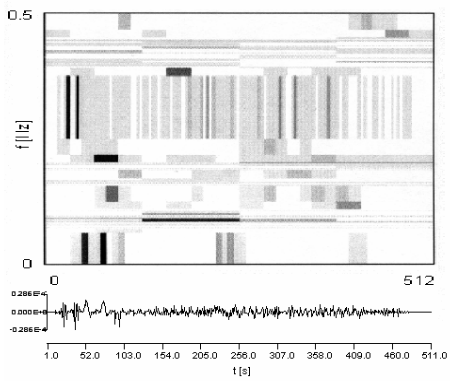
Obr. 16f: $|WFT|^2$ (40s) + relokalizácia



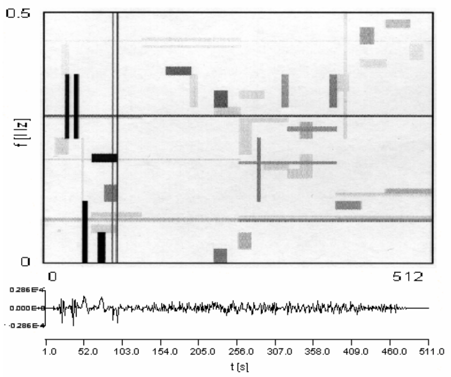
Obr. 16g: $|CWT|^2$ + relokalizácia



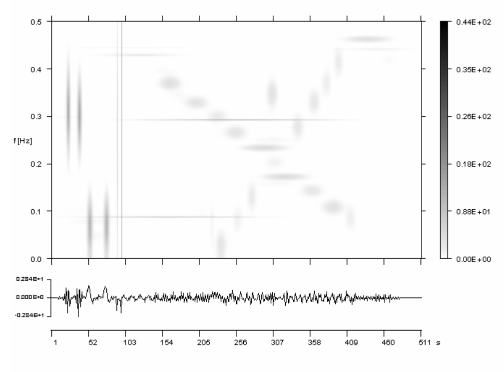
Obr. 16h: oDWT s Daubechies wavelet bázou



Obr. 16i: WPA s BBA (kritérium entropie)



Obr. 16j: MPD s „wavelet packet“ slovníkom



Obr. 16k: MPD s Gaborovým slovníkom

Obr. 16b-d ilustrujú veľký vplyv voľby šírky okna pri WFT (funkcia okna bola obdĺžnikové okno, zhladené v prvých a posledných 10% pomocou $\cos^2(t)$). Na Obr. 16b je energia signálu dobre lokalizovaná v časovo-frekvenčnej rovine iba pre vlnové skupiny s krátkym trvaním v čase: 2 vlnové skupiny s frekvenciami okolo 0.3 Hz, 2 vlnové skupiny s frekvenciami okolo 0.05 Hz a slabšie pre 2 Diracove impulzy (pre ne by bolo treba zvoliť ešte kratšie okno). Frekvenčné rozlíšenie je oveľa horšie ako časové. Obr. 16c zodpovedá analýze s takou šírkou okna, aby boli čo najlepšie lokalizované chirp funkcie. Obr. 16d umožňuje zistiť len frekvenčnú pozíciu sínusoidálneho úseku. Časové rozlíšenie je veľmi zlé. Na to, aby bolo možné nájsť tieto 3 voľby okna (každé vhodné aspoň pre niektoré časti signálu), bola WFT pre daný signál vypočítaná 20-krát pre šírky okna $\check{s} = 10i\ [s]$, kde $i = 1, \ldots, 20$. Takáto analýza je neefektívna a v prípade komplikovaného signálu, o ktorého časovo-frekvenčnom obsahu nemáme vopred žiadne informácie, aj veľmi subjektívna. Naviac, je potrebné vybrať niekoľko výsledných analýz s rôznymi šírkami okna (v našom prípade 3), aby bolo možné ich vzájomnou kombináciou charakterizovať základné črty signálu.

Na rozdiel od WFT, časovo-frekvenčná reprezentácia signálu pomocou CWT (Obr. 16e) umožňuje počas jedinej analýzy identifikovať takmer všetky základné zložky, z ktorých bol signál vytvorený. Rozlíšenie je ale rôzne v rôznych častiach časovo-frekvenčnej roviny. Z obrázku je evidentné zlepšovanie časového rozlíšenia na úkor frekvenčného smerom k vyšším frekvenciám. Energia signálu je v časovo-frekvenčnej rovine lepšie lokalizovaná ako pri WFT.

Obr. 16f-g zobrazujú výsledky získané dodatočným použitím metódy relokalizácie na TF reprezentácie signálu pomocou WFT so 40 s oknom (Obr. 16f) a CWT (Obr. 16g). Po aplikácii metódy relokalizácie je síce energia je v časovo-frekvenčnej rovine viac koncentrovaná okolo línií okamžitej frekvencie signálu a teda výsledky lepšie čitateľné, ale ani toto zlepšenie nemení obmedzenia dané vlastnosťami pôvodnej metódy (WFT alebo CWT). To, čo nebolo možné korektne reprezentovať pomocou pôvodnej metódy, nie je možné dobre reprezentovať ani po použití metódy relokalizácie (napr. 2 vyššie frekvenčné a 2 nižšie frekvenčné vlnové skupiny, Diracove impulzy u spektrogramu). Aj keď by relokalizácia mala čiastočne potláčať „cross"- členy, energia tých „cross"- členov ktoré vo výsledkoch naďalej ostanú, sa relokalizáciou tiež skoncentruje oproti výsledku bez relokalizácie. Preto u komplikovaných signálov môžu byť ťažko odlíšiteľné od skutočných zložiek signálu. Pre korektnú interpretáciu výsledkov získaných po aplikovaní relokalizácie odporúčame súčasne analyzovať aj pôvodnou metódou bez relokalizácie.

Ako vidno na Obr. 16h, oDWT nie je na časovo-frekvenčnú analýzu zložitých signálov vhodná, pretože zo získanej časovo-frekvenčnej reprezentácie nie je možné bez apriori informácie o signále vyvodzovať žiadne závery. Je to dôsledok delenia časovo-frekvenčnej roviny na diskrétne bloky. Kým v iných aplikáciách oDWT je takáto kompaktnosť reprezentácie signálu výhodou, pre časovo-frekvenčnú analýzu je nevýhodná (čím je signál kratší, tým viac nevýhodná – diskrétnych blokov je menej a sú väčšie.). oDWT v jej základnej forme je navyše neinvariantná voči posunu, čo môže mať za následok skreslenie výsledkov.

Zovšeobecnenie oDWT – WPA s optimálnou bázou vybranou pomocou BBA s kritériom entropie (Obr. 16i) dáva flexibilnejšiu reprezentáciu signálu, v ktorej je možné identifikovať trocha viac charakteristických čŕt ako pri oDWT. Stále sú však v časovo-frekvenčnej rovine ťažko rozlíšiteľné.

Ak pre slovník časovo-frekvenčných atómov, vygenerovaný pri WPA, použijeme miesto BBA na výber optimálnej reprezentácie signálu algoritmus MP, získame lepšie zobrazenie v časovo-frekvenčnej rovine (Obr. 16j). Je to preto, že MP vyberá časovo-frekvenčné atómy tak, aby čo najlepšie zodpovedali lokálnemu charakteru signálu, zatiaľ čo BBA hľadá globálne minimum entropie. Optimálna báza potom zodpovedá najvýraznejším prechodovým zložkám signálu a iné lokálne charakteristiky už nie sú tak dobre reprezentované. Preto je BBA vhodné na reprezentáciu jednoduchších signálov, kde globálna optimalizácia platí aj lokálne a teda vedie k dobrým výsledkom.

Na Obr. 16k je uvedený výsledok analýzy pomocou MPD so slovníkom Gaborových funkcií. Energia signálu je v časovo-frekvenčnej rovine vynikajúco lokalizovaná a je možné identifikovať všetky zložky signálu. Rozdiely medzi obrázkami 16j a 16k poukazujú na rozdielne vlastnosti použitých slovníkov časovo-frekvenčných atómov. V Obr. 16j sú niektoré charakteristiky signálu menej jasné, pretože časovo-frekvenčné atómy z wavelet packet slovníka nie sú tak dobre lokalizované ako Gaborove funkcie. Naviac Gaborov slovník je oveľa rozsiahlejší a zahŕňa atómy s časovo-frekvenčnými pozíciami v oveľa jemnejšej mriežke, takže rôzne časovo-frekvenčné charakteristiky môžu byť lokalizované presnejšie. Dve lineárne chirp zložky sú vo výsledkov MPD reprezentované pomocou skupiny maxím s rôznymi centrálnymi frekvenciami.

3.1.3 Zhodnotenie

Dôsledky uvedených vlastností pre aplikovateľnosť metód časovo-frekvenčnej analýzy možno stručne zhrnúť nasledovne. Použiteľnosť samotnej WD na analýzu zložitých signálov je veľmi obmedzená v dôsledku prítomnosti „cross"-členov. WFT je vhodné len na analýzu nie príliš komplikovaných signálov, ktoré sú tvorené zložkami s približne rovnakým trvaním v čase (t.j. s rovnakou škálou). WT umožňuje aj analýzu zložitého signálu s frekvenčným obsahom na rôznych škálach. Má horšie frekvenčné a lepšie časové rozlíšenie v oblasti vyšších frekvencií a naopak, lepšie frekvenčné a horšie časové rozlíšenie v oblasti nižších frekvencií. Na časovo-frekvenčnú analýzu je vhodnejšia CWT ako oDWT, pretože v dôsledku redundantnosti reprezentácie poskytuje detailnejšie informácie. Vďaka svojim vlastnostiam a pomerne rýchlemu výpočtu je CWT efektívnym prostriedkom na analýzu nestacionárneho signálu s neznámym časovo-frekvenčným obsahom. Aplikovanie metódy relokalizácie na spektrogram alebo škálogram zvyšuje „čitateľnosť" výsledkov v časovo-frekvenčnej rovine zvýraznením línií zodpovedajúcich okamžitej frekvencii zložiek signálu. Neumožňuje však analyzovať viac zložiek signálu ako pôvodná metóda, či už spektrogram alebo škálogram (t.j. vlastnosti a obmedzenia pôvodnej metódy stále platia). Pre zložité signály odporúčame interpretovať výsledky získané metódou relokalizácie spolu s prihliadnutím na výsledky pôvodnej metódy bez relokalizácie. Metóda relokalizácie môže byť použitá aj ako alternatíva k metódam na hľadanie tzv. „ridges" v časovo-frekvenčnej reprezentácii signálu, t.j. línií maxím energie, ktoré nesú charakteristické informácie o časovo-frekvenčnej štruktúre signálu. WPA s BBA algoritmom je vhodná len pre časovo-frekvenčnú analýzu jednoduchších signálov. MPD s wavelet packet slovníkom dáva lepšie výsledky ako oDWT a WPA, ale najlepšie lokalizačné vlastnosti zo skúmaných metód má MPD so slovníkom Gaborových funkcií. Vďaka adaptívnosti algoritmu a dekompozícii signálu pomocou funkcií z redundantného Gaborovho slovníka je vhodná na analýzu zložitých nestacionárnych signálov, o ktorých obsahu máme vopred len veľmi málo informácie (*Mallat a Zhang 1993*). Táto metóda analýzy si zároveň vyžaduje najviac výpočtového času, ale rekonštrukcia zvolenej časti signálu je v porovnaní s ostatnými metódami jednoduchá a rýchla. Ako bolo spomenuté vyššie, v niektorých prípadoch (napr. 2 zložky signálu s veľmi blízkymi časovo-frekvenčnými charakteristikami alebo zložky signálu odlišné od komponentov slovníka) algoritmus na začiatku vyberie TF atóm ktorý nereprezentuje ideálne dané črty signálu. To sa potom prenáša do ďalších iterácií, v ktorých je táto odchýlka postupne kompenzovaná. Vtedy ani celkový výsledok nemusí byť najlepší (najmä u zložitých signálov). Pre identifikovanie takejto situácie u zložitého signálu s neznámym časovo-frekvenčným obsahom odporúčame signál paralelne analyzovať inou vhodnou metódou, napr. pomocou CWT.

Výsledky v Obr. 16b-g,k boli získané pomocou programového súboru SEIS-TFA v jazyku Fortran 95, ktorý je jedným z výsledkov predkladanej dizertačnej práce. Obr. 12h bol získaný pomocou komerčného softwaru „Mathematica, toolbox Wavelet Explorer“ a Obr. 12 i,j sú prevzaté z práce *Mallat a Zhang (1993)*.

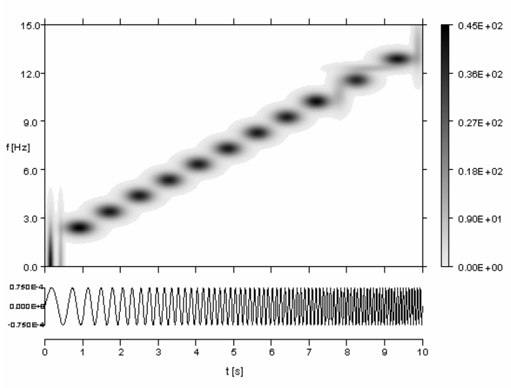
3.2 Lineárna MPD

V tejto a nasledujúcej podkapitole popíšeme modifikácie metódy MPD vyvinuté v rámci predkladanej dizertačnej práce.

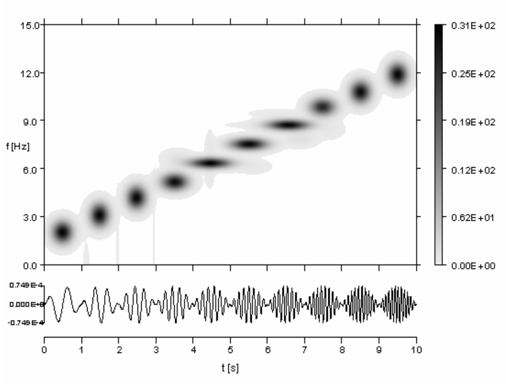
3.2.1 Motivácia

Napriek tomu, že MPD na testovacích signáloch poskytuje jedny z najlepších výsledkov TFA a vďaka vyššie spomenutým výhodným vlastnostiam už našla nemalé uplatnenie v prospekčnej seizmológii, metóda má nedostatok v tom, že nemôže efektívne, korektne a jednoznačne reprezentovať signály so zložkami s časovo-závislou frekvenčnou moduláciou. Prejav tejto vlastnosti je viditeľný aj na Obr. 16k, kde sú dve lineárne chirp funkcie reprezentované pomocou superpozície viacerých vlnových skupín s konštantnou frekvenciou a Gaussovskou amplitúdovou moduláciou namiesto očakávanej lineárnej závislosti okamžitej frekvencie signálu od času. Dôvodom je štruktúra Gaborovho slovníka v pôvodnej MPD, ktorý je tvorený iba TF atómmi s konštantnou frekvenčnou moduláciu, t.j. s jednou centrálnou frekvenciou (vo vzťahu (33) frekvenčný parameter ξ nezávisí od času). Metóda teda nemôže jednoznačne odlíšiť signál s časovo-závislou frekvenčnou moduláciou od signálu vzniknutého superpozíciou monochromatických vlnových skupín. Na príklade lineárneho chirp signálu a signálu vzniknutého superpozíciou (Obr. 17a,b) je možné vidieť, že výsledné TF reprezentácie takýchto dvoch rozdielnych signálov, získané pôvodnou metódou MPD, sú takmer rovnaké. V prípade komplikovaného signálu obsahujúceho ďalšie zložky by situácia v TF rovine mohla byť ešte neprehľadnejšia.

Keďže signály s frekvenčnou moduláciou závislou od času (t.j. signály s disperziou) sú dôležitým typom signálu v seizmológii, dobrá metóda časovo-frekvenčnej analýzy by ich mala jednoznačne a efektívne reprezentovať v časovo-frekvenčnej rovine. Preto sme Gaborov slovník a zodpovedajúci MP algoritmus zovšeobecnili tak, aby slovník okrem pôvodných časovo-frekvenčných atómov obsahoval aj vlnové skupiny s lineárnou disperziou. Súčasne sme vyvinuli efektívne urýchlenie vyhľadávania v takto zväčšenom slovníku.



Obr. 17a: Pôvodná MPD pre lineárny chirp signál



Obr. 17b: Pôvodná MPD pre signál, vytvorený superpozíciou monochromatických vlnových skupín

3.2.2 Princíp a vlastnosti vyvinutej metódy

Časovo-frekvenčné atómy v „lineárnom“ Gaborovom slovníku sú definované pomocou 4 parametrov (miesto pôvodných 3)

$$g_{\Upsilon}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\, g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{\,i\left(\xi + \xi_1 (t-u)\right)t}, \tag{38}$$

kde $\Upsilon = (s, u, \xi, \xi_1)$, $\Upsilon \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^3$ a $g(t)$ je Gaussovské okno $g(t) = 2^{1/4} e^{-\pi t^2}$. Nový parameter ξ_1 zabezpečuje lineárnu závislosť centrálnej frekvencie časovo-frekvenčného atómu od času. Pre TF atómy (38) hodnota parametra ξ_1 zodpovedá smernici závislosti okamžitej frekvencie od času v časovo-frekvenčnej rovine pre daný časovo-frekvenčný atóm . Ak $\xi_1 = 0$ dostávame pôvodný Gaborov slovník (33). Distribúcia energie signálu v časovo-frekvenčnej rovine môže byť opäť získaná ako suma WD pre jednotlivé TF atómy, nájdené počas dekompozície, keďže WD perfektne lokalizuje lineárne chirp signály (*Flandrin 1999*).

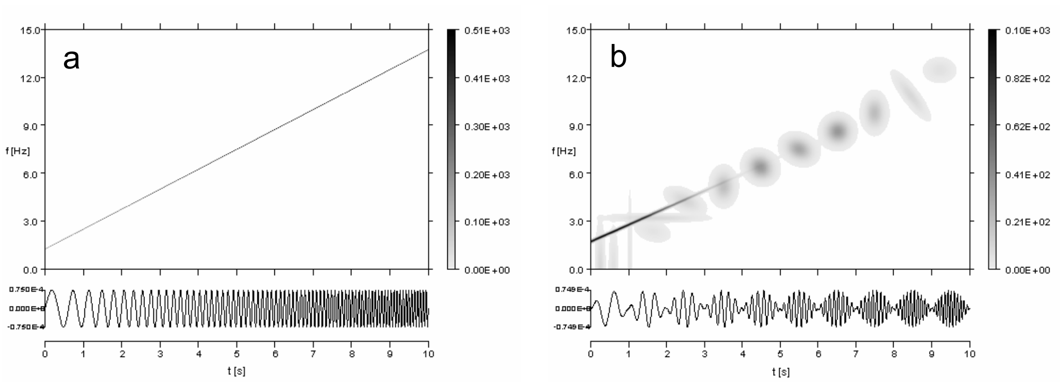
Analýza signálu pomocou MPD s takto rozšíreným slovníkom znamená hľadanie vyhovujúcich parametrov Υ v 4-rozmernom priestore. Z toho vyplýva značné zvýšenie výpočtovej a časovej náročnosti. Bez ďalšieho zefektívnenia algoritmu by mala takto vylepšená metóda len obmedzené využitie. Princíp lineárnej MPD s efektívnym algoritmom umožňujúcim redukciu výpočtových nárokov bez straty rozlíšenia v sklone chirp funkcie sme prezentovali v práci *Kristeková a Kováčová (2001*) nezávisle s *Grinbovalom* (*2001*). V práci *Kováčová a Kristeková* (*2002*) je doplnený detailnejší matematický popis lineárnej MPD.

Základný princíp navrhnutého urýchlenia MP algoritmu možno popísať nasledovne:

1. V podslovníku D_α sa vyhľadávajú len TF atómy s konštantnou frekvenčnou moduláciou s 3 parametrami (33), t.j. približné hodnoty škály (s'), času (u') and centrálnej frekvencie (ξ'). Týmto sa odhadnú približné hodnoty troch zo štyroch parametrov TF atómov (38) pre lineárnu MPD.
2. Jemnejšie vyhľadávanie v kompletnom slovníku D pre TF atómy so štyrmi parametrami (38) sa vykoná už len v okolí lokálneho maxima nájdeného pre D_α, t.j. pre okolie $\left(s', u', \xi'\right)$ nájdeného v kroku 1. Takto sú nájdené výsledné hodnoty $\Upsilon = \left(s, u, \xi, \xi_1\right)$, ktoré najlepšie zodpovedajú štruktúre signálu.

Až po vypracovaní modifikácie sme zistili, že podobné rozšírenie slovníka publikoval *Bultan* (*1999*). Bultan však redukciu príliš veľkých výpočtových nárokov zabezpečil len pomocou obmedzenia rozlíšenia v „chirp-rate“, t.j. ξ_1 sa mohlo meniť len vo väčších skokoch.

Výsledkom lineárnej MPD v porovnaní s pôvodnou MPD je lepšia lokalizácia energie v časovo-frekvenčnej rovine a reprezentácia viac zodpovedajúca povahe signálu (Obr. 18, Obr. 19). Nová verzia metódy už teda umožňuje rozlíšiť aj typy signálov, ktoré pôvodná metóda neumožňovala.



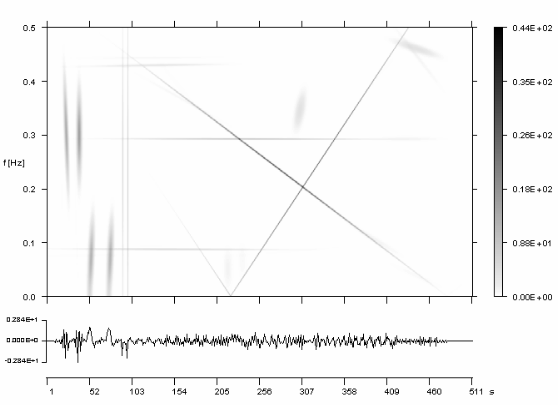
Obr. 18 a) TF reprezentácia lineárneho chirp signálu získaná pomocou lineárnej MPD

b) TF reprezentácia signálu, vytvoreného superpozíciou monochromatických vlnových skupín, získaná pomocou lineárnej MPD

3.2.3 Testovací príklad zložitého nestacionárneho signálu s lineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času

Na ukážku schopností lineárnej MPD použijeme testovací signál z práce *Mallat a Zhang (1993)*, použitý v podkapitole 3.1 tejto dizertačnej práce na ilustráciu rozdielnych vlastností jednotlivých metód TFA (Obr. 16a). Výsledok získaný pôvodnou verziou MPD (*Mallat a Zhang 1993*) je ukázaný na Obr. 16k, výsledok získaný lineárnou MPD je na Obr. 19.

Pri porovnaní obrázkov vidíme, že dve lineárne chirp zložky testovacieho signálu sú pomocou lineárnej MPD na rozdiel od pôvodnej metódy korektne reprezentované, pričom kvalita TF reprezentácie ostatných zložiek ostala zachovaná.



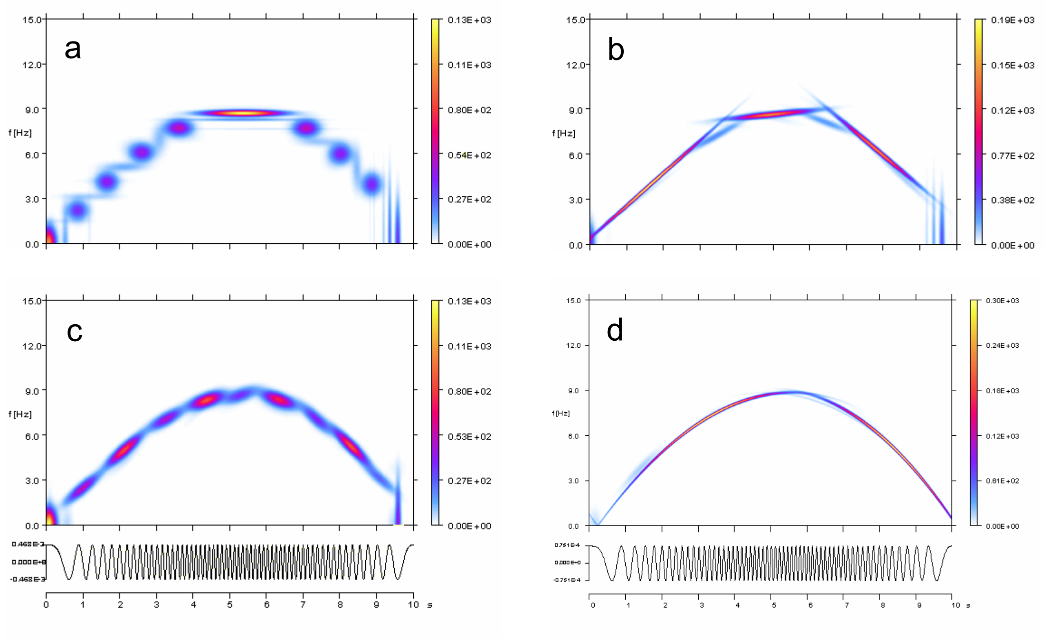
Obr. 19. TF reprezentácia testovacieho signálu z Obr. 16a získaná pomocou lineárnej MPD

3.3 Kvadratická MPD

3.3.1 Motivácia

Ako vidno na Obr. 20b pre všeobecnejšie signály, obsahujúce zložky s nelineárnou frekvenčnou moduláciu v závislosti od času, lineárna aproximácia okamžitej frekvencie je nedostatočná. Ako čiastočné riešenie je možné v algoritme lineárnej MPD zhora obmedziť hodnoty parametra *s* (škála) tak, aby algoritmus reprezentoval nelineárnu závislosť pomocou viacerých iterácií s „kratšími“ TF atómami, miesto pôvodne jedného TF atómu s väčšou škálou. Toto vedie síce vedie k lepšiemu vystihnutiu typu nelineárnej závislosti okamžitej frekvencie od času (Obr. 20c), ale zlepšenie je na úkor zvýšenia počtu iterácií a energia signálu je v TF rovine menej koncentrovaná.

Analýza signálov s nelineárnou disperziou (povrchové vlny) je však dôležitou oblasťou záujmu v seizmológii. Naviac, podľa aproximačnej teórie sa prechod od lineárnej aproximácie všeobecnej závislosti ku kvadratickej aproximácii vyznačuje signifikantným zlepšením reprezentácie signálu. Preto sme pokračovali v ďalšom vývoji metódy MPD a navrhli sme zrýchlenú MPD so zovšeobecneným kvadratickým slovníkom, alebo jednoduchšie: kvadratickú MPD (*Kristeková a Kováčová 2002*).



Obr. 20. TF reprezentácia jednoduchého nestacionárneho signálu s nelineárnou (sinusoidálnou) závislosťou okamžitej frekvencie od času získané pomocou:
a) pôvodnej MPD
b) lineárnej MPD
c) lineárnej MPD s obmedzením možných hodnôt škály
d) kvadratickej MPD

3.3.2 Princíp a vlastnosti vyvinutej metódy

Elementy nového, zovšeobecneného kvadratického slovníka sú definované pomocou 5 parametrov $\tilde{\Upsilon}=(s,u,\xi,\xi_1,\xi_2)$, $\tilde{\Upsilon}\in\Gamma=\mathbb{R}^+\times\mathbb{R}^4$ nasledovne

$$g_{\tilde{\Upsilon}}(t)=\frac{1}{\sqrt{s}}\,g\left(\frac{t-u}{s}\right)e^{\,i\,(\,\xi_2(t-u)^2\,+\,\xi_1(t-u)\,+\,\xi)\,t}\,, \qquad (39)$$

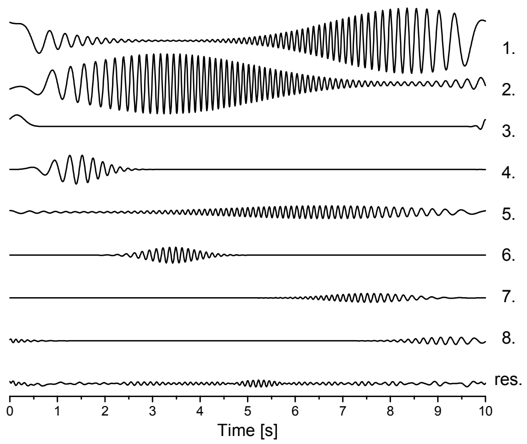
kde nový parameter ξ_2 zodpovedá kvadratickej frekvenčnej modulácii a $g(t)$ je opäť Gaussovské okno $g(t)=2^{1/4}e^{-\pi t^2}$. ξ_2 predstavuje zakrivenie parabolickej závislosti okamžitej frekvencie od času v TF rovine pre TF atóm $g_{\tilde{\Upsilon}}(t)$.

Tento nový zovšeobecnený slovník obsahuje aj pôvodný Gaborov slovník (pre $\xi_1 = \xi_2 = 0$) a aj „lineárny" Gaborov slovník (pre $\xi_2 = 0$). Vyhľadávanie v takto rozšírenom (a teda aj zväčšenom) slovníku musí byť opäť urýchlené, aby boli výpočtové nároky algoritmu znížené na únosnú mieru. Môže to byť urobené podobným spôsobom ako v lineárnom prípade, t.j. :

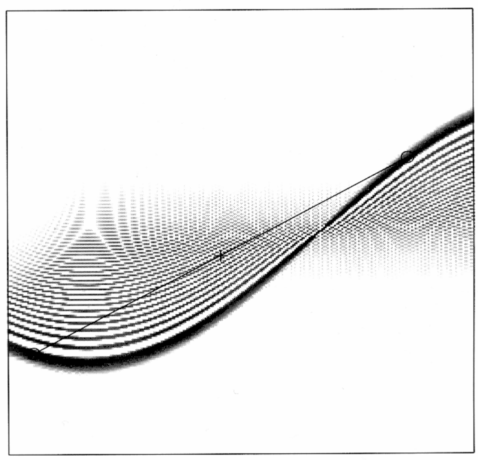
1. V podslovníku D_α sa vyhľadávajú len TF atómy s konštantnou frekvenčnou moduláciou s 3 parametrami (33), t.j. približné hodnoty škály (s'), času (u') and centrálnej frekvencie (ξ'). Týmto sa odhadnú približné hodnoty troch z piatich parametrov TF atómov (39) pre kvadratickú MPD.

2. Jemnejšie vyhľadávanie v kompletnom slovníku D pre TF atómy s piatimi parametrami (39) sa vykoná už len v okolí lokálneho maxima nájdeného pre D_α, t.j. pre okolie (s', u', ξ') nájdeného v kroku 1. Takto sú nájdené výsledné hodnoty $\tilde{\Upsilon} = (s, u, \xi, \xi_1, \xi_2)$, ktoré najlepšie zodpovedajú štruktúre signálu.

Na Obr. 20d je ukázaný výsledok novej kvadratickej MPD pre testovací jednoduchý nestacionárny signál so sinusoidálnou závislosťou okamžitej frekvencie od času. Výsledok získaný touto novou verziou metódy je najlepší (pozri Obr. 20 a,b,c) a bol vypočítaný pomocou 8 iterácií, t.j. výsledná TF reprezentácia je vytvorená pomocou 8 TF atómov typu (39). TF atómy použité pri dekompozícii spolu s výsledným reziduom sú ukázané na Obr. 21.



Obr. 21. TF atómy nájdené pri dekompozícii signálu z Obr. 20 pomocou kvadratickej MPD. Číslo vpravo vyjadruje poradie TF atómu, v spodnom riadku je zobrazené reziduum po 8 iteráciách.



Obr. 22. Ukážka vnútorných interferencií vo Wignerovej distribúcii signálu s nelineárnou frekvenčnou moduláciou (*Flandrin 1999*)

Použitie Wignerovej distribúcie WD na reprezentovanie nájdenej dekompozície v TF rovine (na rozdiel od predchádzajúcich verzií MP algoritmu) však už nie je vhodné. Dôvodom je fakt, že WD už aj pre jednoduché jednozložkové signály s nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie obsahuje tzv. vnútorné interferencie, ktoré zhoršujú reprezentáciu signálu v TF rovine. Názorný príklad je ukázaný na Obr. 22. Navrhli sme preto miesto WD použiť špeciálnu TF reprezentáciu, ktorá môže byť formálne zapísaná ako distribúcia z Cohenovej triedy

$$C_f\left\{x\right\}_{(t,\omega)} = \iiint_{\mathbb{R}^3} e^{i\zeta(s-t)} f(\zeta,t)\, x(s+\tau/2)\, x^*(s-\tau/2)\, e^{-i\omega\tau}\, d\zeta\, ds\, d\tau\,, \qquad (40)$$

pričom ξ zodpovedá uhlovej frekvencii. Ak má táto distribúcia perfektne lokalizovať parabolickú krivku okamžitej frekvencie

$$\omega_{\mathrm{inst}}\left(t\right) = \omega_c + \alpha t + \beta t^2 \qquad (41)$$

parametrická funkcia $f(\zeta,\tau)$ je závislá len od času τ nasledovne (*Flandrin 1999*)

$$f(\zeta,\tau) = e^{-i\left(\frac{\beta}{12}\tau^3\right)}\,. \qquad (42)$$

Parameter β (zakrivenie) je vo všeobecnosti pre takúto distribúciu apriori neznámy a odhaduje sa pomocou ďalších výpočtov s využitím WD. V našom prípade tieto výpočty nie sú potrebné, pretože hodnotu β získame priamo z MP dekompozície nasledovne. Okamžitá frekvencia časovo-frekvenčného atómu $g_{\tilde{\Upsilon}}\left(t\right)$ (39) je podľa vzťahu (3) definovaná ako

$$\omega_{\mathrm{inst}} = \frac{\partial\left[\arg\left(g_{\tilde{\Upsilon}}\right)\right]}{\partial t}\,.$$

Potom po dosadení (39) a úpravách

$$\begin{aligned}
\omega_{\mathrm{inst}}\left(t\right) &= \frac{\partial\left[\left(\xi_2\left(t-u\right)^2 + \xi_1\left(t-u\right) + \xi\right)t\right]}{\partial t} \\
&= \frac{\partial\left(\xi_2 t^3 - 2\xi_2 u t^2 + \xi_1 t^2 + \xi_2 u^2 t - \xi_1 u t + \xi t\right)}{\partial t} \\
&= 3\xi_2 t^2 - 4\xi_2 u t + 2\xi_1 t + \xi_2 u^2 - \xi_1 u + \xi \\
&= 3\xi_2 t^2 + \left(2\xi_1 - 4\xi_2 u\right)t + \xi_2 u^2 - \xi_1 u + \xi\,.
\end{aligned} \qquad (43)$$

Po porovnaní so vzťahom (41) dostávame

$$\begin{aligned} \beta &= 3\xi_2 \quad , \\ \alpha &= 2\xi_1 - 4\xi_2 u \quad , \\ \omega_c &= \xi_2 u^2 - \xi_1 u + \xi \end{aligned} \tag{44}$$

a teda parametrická funkcia $f(\zeta,\tau)$ vo vzťahu (42) je určená vzťahom

$$f(\zeta,\tau) = e^{-i\left(\frac{\xi_2}{4}\tau^3\right)} . \tag{45}$$

Teraz ukážeme, že táto TF reprezentácia môže byť vypočítaná analyticky pre všetky atómy zo zovšeobecneného kvadratického Gaborovho slovníka jednoduchým posúvaním hodnôt WD pomocou indexov $\tilde{\Upsilon} = (s,u,\xi,\xi_1,\xi_2)$ tak, aby zodpovedali okamžitej frekvencii TF atómu.

Časovo-frekvenčný atóm $g_{\tilde{\Upsilon}}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) e^{i(\xi_2(t-u)^2 + \xi_1(t-u) + \xi)t}$, $\tilde{\Upsilon} = (s,u,\xi,\xi_1,\xi_2)$ z navrhovaného zovšeobecneného kvadratického Gaborovho slovníka môže byť zapísaný ako $g_{\tilde{\Upsilon}}(t) = g_{su}(t)\, e^{i\left(\xi_2(t-u)^2 + \xi_1(t-u) + \xi\right)t}$, kde $g_{su}(t)$ je škálovaná a posúvaná Gaussova funkcia, $g_{su}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right)$. Časovo-frekvenčná reprezentácia atómu $g_{\tilde{\Upsilon}}(t)$ formálne zapísaná v tvare Cohenovej triedy (40) a s využitím vzťahu (45) bude po dosadení a úprave

$$\begin{aligned} C_f\left\{g_{\tilde{\Upsilon}}\right\}_{(t,\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty} \Bigg\{ & e^{-\frac{i\xi_2\tau^3}{4}}\, g_{su}(t+\tau/2)\, g_{su}^*(t-\tau/2) \times \\ & e^{i\left[\xi_2(t+\tau/2-u)^2 + \xi_1(t+\tau/2-u) + \xi\right](t+\tau/2)} \times \\ & e^{-i\left[\xi_2(t-\tau/2-u)^2 + \xi_1(t-\tau/2-u) + \xi\right](t-\tau/2)}\, e^{-i\omega\tau} \Bigg\}\, d\tau \quad , \end{aligned}$$

pričom sa trojný integrál redukoval na obyčajný, pretože parametrická funkcia $f(\zeta,\tau)$ nezávisí od frekvencie ζ. Po niekoľkých úpravách získame

$$C_f\left\{g_{\tilde{\Upsilon}}\right\}_{(t,\omega)} = \int_{-\infty}^{\infty}\left\{g_{su}(t+\tau/2)\; g_{su}^{*}(t-\tau/2)\times e^{i\tau\left[\omega-\left(3\xi_2 t^2+(2\xi_1-4\xi_2 u)t-\xi_1 u+\xi+\xi_2 u^2\right)\right]}\right\}d\tau \quad . \tag{46}$$

V tvare exponentu identifikujeme vyjadrenie pre okamžitú frekvenciu $\omega_{\text{inst}}(t)$ (43). Potom

$$\begin{aligned} C_f\left\{g_{\tilde{\Upsilon}}\right\}_{(t,\omega)} &= \int_{-\infty}^{\infty} g_{su}(t+\tau/2)\; g_{su}^{*}(t-\tau/2)\; e^{-i\tau\left(\omega-\omega_{\text{inst}}(t)\right)}\, d\tau \\ &= WD\left\{g_{su}\right\}_{\left(t,\ \omega-\omega_{\text{inst}}(t)\right)} \quad . \end{aligned} \tag{47}$$

Takto sme dostali časovo-frekvenčnú reprezentáciu atómu $g_{\tilde{\Upsilon}}(t)$ vyjadrenú pomocou Wignerovej distribúcie škálovaných a posúvaných Gaussových funkcií $g_{su}(t)$. Potom podľa vzťahu (37) platí

$$C_f\left\{g_{\tilde{\Upsilon}}\right\}_{(t,\omega)} = WD\left\{g\right\}_{\left(\frac{t-u}{s},\ s\left(\omega-\omega_{\text{inst}}(t)\right)\right)} \quad , \tag{48}$$

kde $\omega_{\text{inst}}(t) = 3\xi_2 t^2 + (2\xi_1 l - 4\xi_2 u)t - \xi_1 u + \xi + \xi_2 u^2$ zodpovedá okamžitej frekvencii TF atómu $g_{\tilde{\Upsilon}}(t) = g_{su}(t)\, e^{i\left(\xi_2(t-u)^2 + \xi_1(t-u)+\xi\right)t}$ s parabolickou závislosťou okamžitej frekvencie od času.

Vidíme teda, že podobne ako v prípade Wignerových distribúcií TF atómov z Gaborovho slovníka, aj špeciálnu parabolickú časovo-frekvenčnú reprezentáciu signálu môžeme vyjadriť pomocou známeho analytického vzťahu pre Wignerovu distribúciu Gaussovej funkcie $WD\{g\}_{(t,\omega)}$ a pomocou indexov $\tilde{\Upsilon} = (s, u, \xi, \xi_1, \xi_2)$, nájdených počas MP dekompozície so zovšeobecneným kvadratickým Gaborovým slovníkom TF atómov. To znamená, že aj napriek použitiu inej špeciálnej TF reprezentácie sa v tomto kroku algoritmu výpočtové nároky oproti predchádzajúcim verziám nezvyšujú.

TF reprezentácia získaná navrhovaným spôsobom neobsahuje ani „cross“-členy ani vnútorné interferencie, pričom výhody použitia WD zostávajú zachované (napr. vynikajúca lokalizácie energie v TF rovine), navyše je možná kvalitná reprezentácia nielen zložiek s lineárnou, ale aj s kvadratickou (parabolickou) závislosťou okamžitej frekvencie od času. Iný typ nelineárnej závislosti je aproximovaný pomocou po častiach kvadratickej závislosti. Výhodou takto získanej TF reprezentácie je rýchla a jednoduchá rekonštrukcia zvolenej časti signálu (využiteľné napr. na separovanie jednotlivých zložiek signálu). Ďalšou výhodou je možnosť získania kriviek okamžitej frekvencie (sú definované pomocou parametrov nájdených počas dekompozície (43)) bez nutnosti vyhľadávať dodatočne tzv. „ridges“ v TF rovine ako u ostatných metód TFA. Tieto vlastnosti by mohli byť s výhodou využité napr. v aplikáciách prospekčnej seizmológie, kde je okamžitá frekvencia jedným zo základných seizmických atribútov. Pripomíname, že aj pôvodná verzia MPD našla dosiaľ najväčšie uplatnenie práve v oblasti prospekčnej seizmológie.

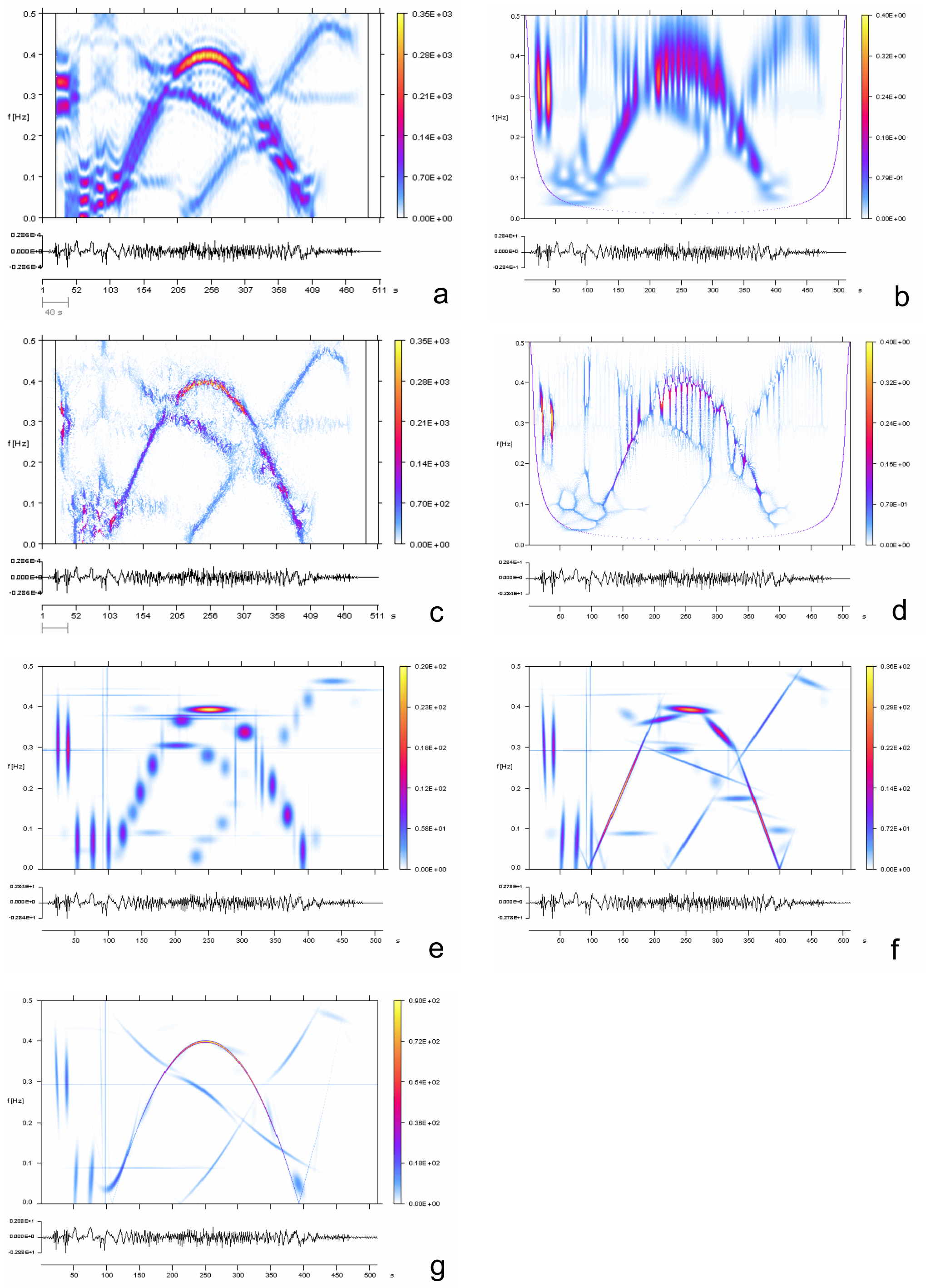
3.3.3 Testovací príklad signálu so superpozíciou lineárnej aj nelineárnej závislosti okamžitej frekvencie od času

Na otestovanie vlastností kvadratickej MPD použijeme komplikovanejší nestacionárny signál, ktorý dostaneme z testovacieho signálu, použitého v predchádzajúcich kapitolách (Obr. 16 a Obr. 19), doplnením o zložku s nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času.

Na Obr. 23 e, f, g sú ukázané výsledky pôvodnej MPD, lineárnej MPD a kvadratickej MPD pre komplikovaný nestacionárny signál. Pre porovnanie uvádzame aj výsledky získané pre tento signál pomocou WFT so 40 s oknom (Obr. 23a), CWT (Obr. 23b), WFT so 40 *s* oknom s metódou relokalizácie (Obr. 23c) a CWT s metódou relokalizácie (Obr. 23d). Vidíme, že signál je najlepšie reprezentovaný pomocou novej kvadratickej MPD. WFT so 40 *s* oknom aj po aplikovaní metódy relokalizácie umožňuje síce pomerne dobre reprezentovať chirp zložky signálu (lineárne aj nelineárne), sú čiastočne viditeľné aj sinusoidálne zložky s konštantnou frekvenciou, ale korektne reprezentovať vlnové skupiny s kratším trvaním v čase a ani Diracove impulzy prítomné v signále nedokáže.

CWT vďaka meniacej sa škále počas analýzy umožňuje vo výsledku detegovať zložky signálu aj s kratším aj dlhším trvaním v čase súčasne, rovnako aj zložky signálu s meniacou sa okamžitou frekvenciou. Meniaca sa škála je však nepriamo úmerne previazaná s frekvenciou a tak pre vyššie frekvencie (malá škála) je časové rozlíšenie lepšie a naopak frekvenčné rozlíšenie horšie. Dôsledkom zhoršeného frekvenčného rozlíšenia v oblasti vyšších frekvencií je prítomnosť interferencií v tejto oblasti medzi zložkami signálu s lineárnou a nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času. Aplikovanie metódy relokalizácie síce zlepší lokalizáciu energie signálu v TF rovine, nedokáže však úplne potlačiť prítomné interferencie („cross“-členy), preto treba byť pri interpretácii najmä u zložitého neznámeho analyzovaného signálu opatrný.

V prípade výsledkov pomocou metódy MPD je možné identifikovať všetky zložky komplikovaného testovacieho signálu, ale s rôznou úrovňou kvality. Na výsledku pôvodnej MPD sa prejavuje nedostatok, ktorý sme sa postupným vývojom metódy pokúsili odstrániť – t.j. že reprezentuje zložky s okamžitou frekvenciou meniacou sa v závislosti od času ako superpozíciu monochromatických vlnových

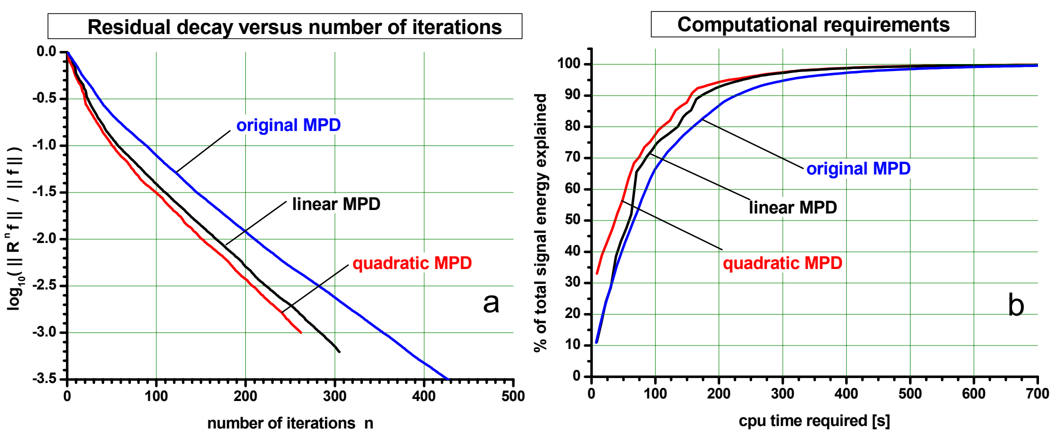


Obr. 23. TF reprezentácie zložitého nestacionárneho signálu, obsahujúceho zložky s lineárnou aj nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času. a) $|WFT|^2$ so 40 s oknom, b) $|CWT|^2$ s Morletovým ($\omega_0 = 6$) waveletom, c) $|WFT|^2$ so 40 s oknom a metódou relokalizácie, d) $|CWT|^2$ s Morletovým ($\omega_0 = 6$) waveletom, a metódou relokalizácie, e) pôvodná MPD, f) lineárna MPD, g) kvadratická MPD

skupín. Na Obr. 23f je ukázaná TF reprezentácia získaná pomocou lineárnej MPD a vidíme, že pre tento typ signálu po častiach lineárna aproximácia nelineárnej závislosti nestačí. Nepresnosti vnesené pri reprezentovaní nelineárnej závislosti lineárnou sa prejavia aj pri nie celkom dobrej reprezentácii jednej z lineárnych chirp zložiek v oblasti, kde sa ich TF charakteristiky prekrývajú. Je to dôsledok toho, že MPD algoritmus je „greedy" typ algoritmu (časti signálu reprezentované v jednotlivých krokoch dekompozície sú zo vstupného signálu odstránené a ďalej je analyzované len reziduum po predchádzajúcej iterácii). Chyby reprezentácie vnesené v prvých krokoch algoritmu sa potom prenášajú ďalej. V tomto prípade bola zložka s nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie energeticky dominantná a preto bola reprezentovaná v rámci prvých iterácií (a teda skôr ako zložka s lineárnou závislosťou). Charakter signálu najlepšie vystihuje TF reprezentácia získaná pomocou novej kvadratickej MPD (Obr. 23g).

3.4 Výpočtové nároky MPD metód

Aj keď v predchádzajúcom texte bolo spomenuté, že zovšeobecnenie pôvodného Gaborovho slovníka na lineárny alebo kvadratický Gaborov slovník znamená výrazný nárast výpočtových nárokov, vďaka navrhnutému urýchleniu nové vylepšené verzie MPD algoritmu fungujú efektívnejšie ako pôvodná verzia MPD a to najmä v prípadoch, keď signály obsahujú zložky s lineárnou alebo nelineárnou závislosťou okamžitej frekvencie od času. Vidieť to aj na analýze výpočtových nárokov pri výpočtoch pre testovací signál z Obr. 23.



Obr. 24. Porovnanie výpočtových nárokov pre pôvodnú, lineárnu a kvadratickú MPD. a) Porovnanie poklesu reziduí
b) Porovnanie percenta celkovej energie signálu reprezentovanej počas dekompozície ($\dfrac{\sum_n \left(\left| \left\langle R^n f, g_\gamma \right\rangle \right| . g_\gamma \right)^2}{\|f\|^2}$) voči CPU času, potrebnému na výpočet

Priemerný CPU čas pripadajúci na jednu iteráciu bol najkratší pre pôvodnú MPD (6.51 s), dlhší pre lineárnu MPD (7.77 s) a najdlhší pre kvadratickú MPD (8.14 s). Avšak kvadratická MPD bola vďaka rýchlemu poklesu reziduí celkovo najefektívnejšia (Obr. 24a), pretože na získanie rovnako malého rezidua bolo potrebných najmenej iterácií. Celkový výpočtový čas, potrebný na reprezentovanie zvolenej časti energie zo signálu, bol preto najkratší (Obr. 24b). Pritom je nezanedbateľný fakt, že získaná TF reprezentácia je v prípade kvadratickej MPD aj najkvalitnejšia (Obr. 23).

3.5 Kvantitatívne kritériá pre porovnávanie seizmogramov

Obsah podkapitoly 3.5 vychádza najmä z rukopisu práce zaslanej do *Bull. Seism. Soc. Am.* – *Kristeková, Kristek, Moczo a Day* (*2006*).

Často je užitočné alebo dokonca potrebné porovnávať seizmogramy – napríklad seizmogramy vypočítané pomocou testovanej metódy voči referenčnému riešeniu (presnému alebo nezávislému) alebo numericky simulované seizmogramy voči reálnym záznamom seizmického pohybu. V mnohých prácach bývajú seizmogramy len jednoducho spolu vykreslené do jedného grafu. Aj keď v niektorých prípadoch môže byť jednoduché vizuálne porovnanie dvoch seizmogramov užitočné, je zrejmé, že neumožňuje kvantifikovanie a dostatočné charakterizovanie rozdielov medzi seizmogramami.

V niektorých prácach je misfit (odlišnosť) dvoch seizmogramov stanovený pomocou rozdielového seizmogramu, definovaného ako

$$D(t) = s(t) - s_{REF}(t) \ , \tag{49}$$

kde $s(t)$ je testovaný seizmogram, $s_{REF}(t)$ je referenčný seizmogram a t je čas. Aj keď $D(t)$ zobrazuje časovo-závislý rozdiel medzi dvomi seizmogramami, je zrejmé, že môže poskytovať veľmi zavádzajúcu informáciu. Najjednoduchším príkladom je malý časový posun dvoch inak identických signálov. $D(t)$ môže byť veľmi veľké bez akejkoľvek indikácie príčiny a charakteru rozdielu.

Niekedy je potrebné misfit medzi dvomi riešeniami skúmať a zobraziť v závislosti od nejakého dôležitého parametra/parametrov, napr. od epicentrálnej vzdialenosti, Poissonovho pomeru, sieťového kroku alebo časového kroku. V takýchto prípadoch je rozumné charakterizovať misfit pomocou vhodnej integrálnej veličiny, nadobúdajúcej jedinú hodnotu. Skalárny misfit *MD* zodpovedajúci rozdielovému seizmogramu je jednoduchým integrálnym kritériom definovaným pomocou vzťahu

$$MD = \frac{\sum_t |s(t) - s_{REF}(t)|}{\sum_t |s_{REF}(t)|} \quad . \tag{50}$$

Viac používaným kritériom je skalárny misfit *RMS* (Root-Mean-Square), definovaný nasledovne:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_t |s(t) - s_{REF}(t)|^2}{\sum_t |s_{REF}(t)|^2}} \quad . \tag{51}$$

Z troch hore uvedených definícií je jasné, že $D(t)$, MD a RMS kvantifikujú rozdiel medzi dvomi seizmogramami bez toho, aby rozlišovali čo je príčinou rozdielu. Inými slovami, nie sú schopné ho vhodne charakterizovať. Naviac je otázne, či ho vôbec dobre kvantifikujú.

Ak uvažujeme nejaký časový signál ako referenčný, je zrejmé, že niektoré jeho modifikácie môžu byť lepšie viditeľné a pochopiteľné v časovej oblasti, iné vo frekvenčnej oblasti. Niektoré modifikácie môžu meniť len/prevažne amplitúdy alebo obálku, iné len/prevažne fázu signálu. Najkompletnejší a najinformatívnejší popis signálu môže byť získaný pomocou jeho časovo-frekvenčnej reprezentácie (TFR). Preto je celkom prirodzené definovať kritériá pre misfit signálov na základe ich TFR, t.j. ako časovo-frekvenčné kritériá. Z TFR signálu alebo misfitu je potom možné jednoducho získať časovo alebo frekvenčne závislé veličiny projekciou TFR do jednej z oblastí. Rovnako prirodzene je možné definovať aj integrálne skalárne veličiny založené na TFR.

Potreba a dôležitosť rozumne definovaných kritérií pre porovnávanie seizmogramov bola nedávno zdôraznená v rámci SCEC (Southern California Earthquake Center) a SPICE (Seismic wave Propagation and Imaging in Complex media: a European network) projektov zameraných na testovanie a porovnávanie programových kódov (napr., *Day et al. 2003, Moczo et al. 2005, Igel et al. 2005*). Cieľom v súčasnosti prebiehajúceho SPICE Code Validation je vytvoriť dlhodobú interaktívnu webovskú platformu pre detailné porovnávanie a testovanie metód a programov na numerické modelovanie seizmického pohybu počas zemetrasení a šírenia seizmických vĺn.

3.5.1 Časovo-frekvenčné kritériá pre porovnávanie seizmogramov

Spojitá wavelet transformácia CWT je definovaná vzťahom (10). Uvažujme komplexný analyzujúci wavelet so spektrom, ktoré má nulové amplitúdy na záporných frekvenciách. Takýto wavelet je analytickým signálom a nazýva sa progresívny wavelet. Morletov wavelet

$$\psi(t) = \pi^{-1/4} \exp(i\,\omega_0\,t)\exp\left(-t^2/2\right) \tag{52}$$

s parametrom $\omega_0 = 6$ je príkladom progresívneho waveletu. Za takýchto podmienok je CWT reálneho signálu $s(t)$ ekvivalentná analýze zodpovedajúceho analytického signálu (*Holschneider 1995*). Použitím vzťahu $f = \omega_0 / 2\pi a$ medzi parametrom škály a a frekvenciou f, môže byť časovo frekvenčná reprezentácia TFR signálu $s(t)$ definovaná nasledovne:

$$W(t,f) = CWT_{(a,b)}\{s(t)\}; \quad a = \omega_0 / 2\pi f, \; b = t \quad .$$

Nech $W_{REF}(t,f)$ je TFR referenčného signálu $s_{REF}(t)$, $W(t,f)$ je TFR signálu $s(t)$, N_T a N_F sú počty časových a frekvenčných vzoriek v TF rovine.

Definujme lokálny TF rozdiel obálky

$$\Delta E(t,f) = |W(t,f)| - |W_{REF}(t,f)| \tag{53}$$

a lokálny TF rozdiel fázy

$$\Delta P(t,f) = |W_{REF}(t,f)| \frac{\{\mathrm{Arg}[W(t,f)] - \mathrm{Arg}[W_{REF}(t,f)]\}}{\pi} \ . \tag{54}$$

Pomocou lokálnych TF rozdielov obálok a fázy potom môžeme definovať misfity obálky a fázy, závislé aj od času aj od frekvencie:

časovo-frekvenčný misfit obálky

$$TFEM(t,f) = \frac{\Delta E(t,f)}{\max_{t,f}\left(|W_{REF}(t,f)|\right)} \ , \tag{55}$$

časovo-frekvenčný misfit fázy

$$TFPM(t,f) = \frac{\Delta P(t,f)}{\max_{t,f}\left(|W_{REF}(t,f)|\right)} \ . \tag{56}$$

$TFEM(t,f)$ charakterizuje rozdiely obálok dvoch signálov ako funkciu času a frekvencie. Analogicky $TFPM(t,f)$ charakterizuje rozdiely medzi fázami dvoch signálov ako funkciu času a frekvencie. Oba rozdiely sú normované vzhľadom k maximálnej absolútnej hodnote TFR referenčného signálu.

Predpokladajme napríklad vynásobenie celého signálu koeficientom 1.05, t.j. v každom čase rovnakú relatívnu modifikáciu amplitúd signálu. Z definície (55) potom vyplýva, že $TFEM(t,f)$ nebude konštantný pozdĺž časovej osi, pretože rovnaká relatívna zmena neznamená tú istú hodnotu rozdielu obálok (53). Hodnota rozdielu obálok závisí aj od absolútnej hodnoty lokálnej amplitúdy.

Predpokladajme napríklad 5%-nú zmenu fázy signálu. Aj keď je zmena aplikovaná na celý signál, $TFPM\left(t,f\right)$ nebude konštantný pozdĺž časovej osi. Je to preto, že definícia fázového rozdielu (54) tiež zahŕňa $\left|W_{REF}\left(t,f\right)\right|$, t.j. lokálnu absolútnu TFR hodnotu referenčného signálu.

Hore uvedené črty budú jasne demonštrované na numerických príkladoch.

V niektorých prípadoch môže byť užitočné vidieť misfit medzi dvomi signálmi len ako funkciu času. Takýto misfit môže byť prirodzene definovaný ako projekcia TF misfitu do časovej oblasti. Potom sú časovo-závislé misfity definované nasledovne:

časovo-závislý misfit obálky

$$TEM(t) = \frac{\left\langle \Delta E(t,f)\right\rangle_f}{\max_t\left(\left\langle \left|W_{REF}(t,f)\right|\right\rangle_f\right)} \,, \tag{57}$$

časovo-závislý misfit fázy

$$TPM(t) = \frac{\left\langle \Delta P(t,f)\right\rangle_f}{\max_t\left(\left\langle \left|W_{REF}(t,f)\right|\right\rangle_f\right)} \,, \tag{58}$$

kde

$$\left\langle \Delta E(t,f)\right\rangle_f = \frac{1}{N_F}\sum_f \Delta E(t,f)\,, \quad \left\langle \Delta P(t,f)\right\rangle_f = \frac{1}{N_F}\sum_f \Delta P(t,f)\;. \tag{59}$$

Analogicky, v niektorých prípadoch môže byť užitočné vidieť misfit medzi dvomi signálmi len ako funkciu frekvencie. Takýto misfit môže byť prirodzene definovaný ako projekcia TF misfitu do frekvenčnej oblasti. Frekvenčne-závislé misfity sú definované nasledovne:

frekvenčne-závislý misfit obálky

$$FEM(f) = \frac{\left\langle \Delta E(t,f)\right\rangle_t}{\max_f\left(\left\langle \left|W_{REF}(t,f)\right|\right\rangle_t\right)} \,, \tag{60}$$

frekvenčne-závislý misfit fázy

$$FPM(f) = \frac{\left\langle \Delta P(t,f)\right\rangle_t}{\max_f\left(\left\langle \left|W_{REF}(t,f)\right|\right\rangle_t\right)} \,, \tag{61}$$

kde

$$\langle \Delta E(t,f) \rangle_t = \frac{1}{N_T} \sum_t \Delta E(t,f) , \quad \langle \Delta P(t,f) \rangle_t = \frac{1}{N_T} \sum_t \Delta P(t,f) \ . \qquad (62)$$

Okrem hore uvedených časovo-frekvenčných, časovo a frekvenčne-závislých kritérií je rozumné mať aj skalárnu mieru misfitu obálky alebo fázy medzi dvomi porovnávanými signálmi. **Skalárny misfit obálky** môže byť definovaný ako

$$EM = \sqrt{\frac{\sum_f \sum_t |\Delta E(t,f)|^2}{\sum_f \sum_t |W_{REF}(t,f)|^2}} \ . \qquad (63)$$

Podobne, **skalárny misfit fázy** bude

$$PM = \sqrt{\frac{\sum_f \sum_t |\Delta P(t,f)|^2}{\sum_f \sum_t |W_{REF}(t,f)|^2}} \ . \qquad (64)$$

Keďže niektorí autori na kvantifikovanie rozdielov medzi dvomi seizmogramami používajú *RMS* misfit definovaný vzťahom (51), v nasledujúcich numerických testoch určujeme aj tento typ skalárneho misfitu.

3.5.2 Testovacie signály

Pre testovanie vyššie definovaných kritérií uvažujeme tri signály. Signál $S1$ je definovaný ako

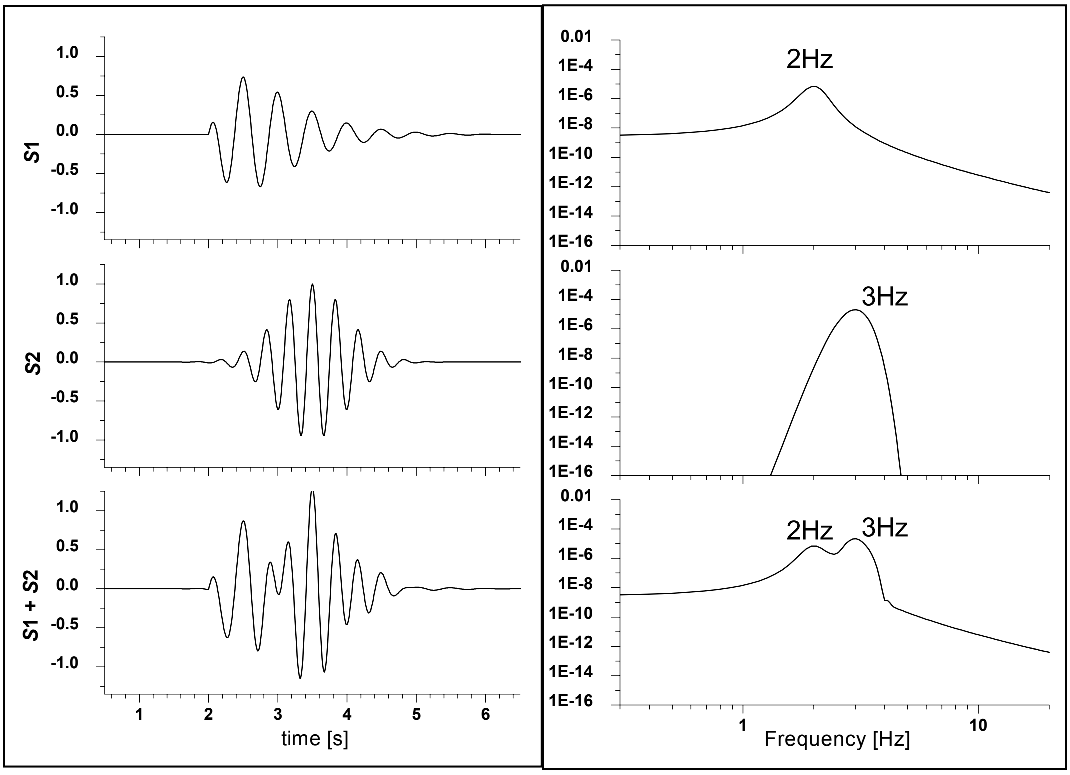
$$S1 = A_1(t-t_1)\exp[-2(t-t_1)]\cdot\cos[2\pi f_1(t-t_1)+\varphi_1\pi]\cdot H(t-t_1) , \qquad (65)$$

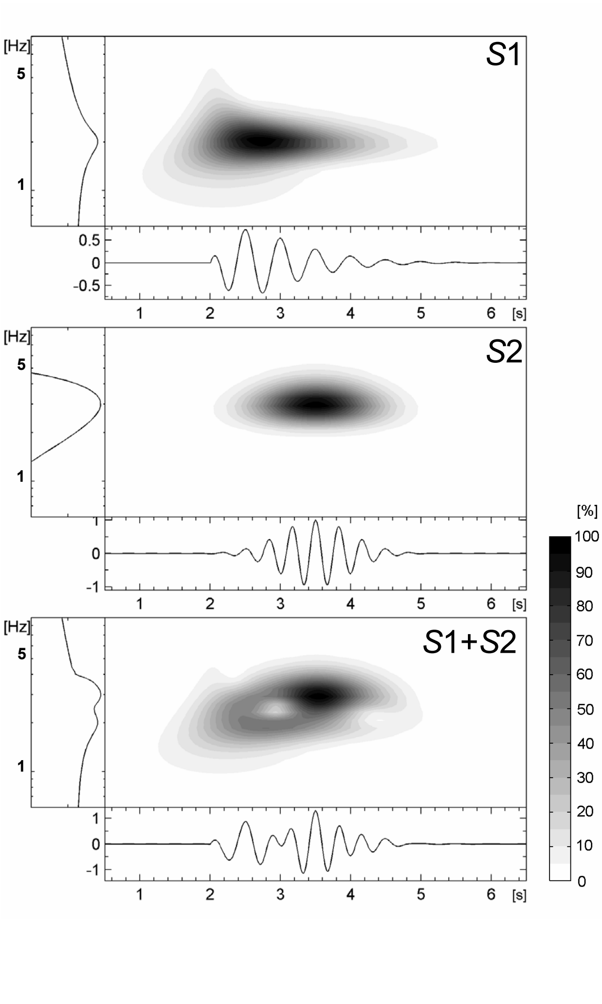
signál $S2$ ako

$$S2 = A_2 \exp[-2(t-t_2)^2]\cdot\cos[2\pi f_2(t-t_2)+\varphi_2\pi] \ . \qquad (66)$$

$H(t)$ označuje Heavisidovu skokovú funkciu. Tretí signál je definovaný ako superpozícia signálov $S1$+$S2$.

$S1$ je harmonický signál s náhlym nasadením a klesajúcou amplitúdou. Jeho spektrum má pík na 2 Hz. $S2$ je Gaborov signál, t.j. harmonický signál s Gaussovskou obálkou. Jeho amplitúdové spektrum s píkom na 3 Hz je relatívne úzke v porovnaní so spektrom signálu $S1$. Širšie spektrum signálu $S1$ je spôsobené náhlym nasadením amplitúd na začiatku signálu. Tri signály *S*1, *S*2, a *S*1+*S*2 spolu s ich spektrami a TFR sú ukázané na Obr. 25.





Obr. 25 Referenčné signály *S*1, *S*2, *S*1+*S*2, ich výkonové spektrá a časovo-frekvenčné reprezentácie (absolútna hodnota spojitej wavelet transformácie)

3.5.3 Amplitúdové a fázové modifikácie signálov

Kvôli testovaniu vyššie definovaných kritérií zaveďme kanonické modifikácie referenčných testovacích signálov *S*1, *S*2, a *S*1+*S*2.

Amplitúdová modifikácia. Nech $s(t)$ je signál. Modifikovaný signál $am05\left(s(t)\right)$ je definovaný ako

$$am05\left(s(t)\right) = 1.05 \cdot s(t) \ . \tag{67}$$

Podobne

$$am10\left(s(t)\right) = 1.10 \cdot s(t)\,, \quad am20\left(s(t)\right) = 1.20 \cdot s(t) \tag{68}$$

Tieto definície znamenajú, že napríklad $am05\left(S_1(t)\right)$ je modifikovaný signál získaný 5% zosilnením celého signálu $S_1(t)$.

Modifikácia fázovým posunom. Nech $s(t)$ je signál. Jemu zodpovedajúci analytický signál môže byť vyjadrený ako $\hat{s}\left(t\right) = A(t)\exp[\,i\,\varphi(t)]$, pričom $A(t)$ je amplitúda a $\varphi(t)$ je fáza analytického signálu.. Modifikovaný signál $pm05\left(s(t)\right)$ je potom definovaný ako

$$pm05\left(s(t)\right) = \mathrm{Re}\left[A\left(t\right)\exp\left(i\varphi(t) + 0.05\,i\,\pi\right)\right] \ . \tag{69}$$

Podobne

$$\begin{aligned} pm10\left(s(t)\right) &= \mathrm{Re}\left[A(t)\exp\left(i\varphi(t) + 0.10\,i\,\pi\right)\right] \,, \\ pm20\left(s(t)\right) &= \mathrm{Re}\left[A(t)\exp\left(i\varphi(t) + 0.20\,i\,\pi\right)\right] \,. \end{aligned} \tag{70}$$

Z týchto definícií vyplýva, že napríklad $pm05\left(S_1(t)\right)$ je modifikovaný signál získaný zväčšením fázy signálu $S_1(t)$ o 5% z π.

Potom napríklad označenie *TFEM*-*am*05(*S*1+*S*2) znamená časovo-frekvenčný misfit obálky medzi referenčným *S*1+*S*2 signálom a modifikovaným signálom *am*05(*S*1+*S*2). Iným príkladom je *FPM*-*am*05(*S*1)+*S*2, ktoré znamená frekvenčne-závislý misfit fázy medzi referenčným signálom *S*1+*S*2 a modifikovaným signálom *am*05(*S*1)+*S*2, v ktorom bola amplitúdovo modifikovaná len *S*1-zložka zo zloženého signálu *S*1+*S*2. V označení sme vynechali závislosť testovaných signálov od času.

3.5.4 Misfity pre amplitúdovo modifikované signály

Uvažovali sme 5-, 10- a 20% amplitúdové modifikácie signálov *S*1, *S*2, and *S*1+*S*2. Uvažovali sme tiež 5-, 10- and 20% amplitúdové modifikácie *S*1 zložky v zloženom signále *S*1+*S*2. V Tab. 1 sú uvedené všetky referenčné a modifikované signály,

Referenčné signály	Amplitúdovo modifikované signály		
$S1$	$am05(S1)$	$am10(S1)$	$am20(S1)$
$S2$	$am05(S2)$	$am10(S2)$	$am20(S2)$
$S1+S2$	$am05(S1+S2)$	$am10(S1+S2)$	$am20(S1+S2)$
$S1+S2$	$am05(S1)+S2$	$am10(S1)+S2$	$am20(S1)+S2$

Tab. 1
Referenčné a amplitúdovo modifikované signály použité pri výpočte kritérií pre porovnávanie seizmogramov

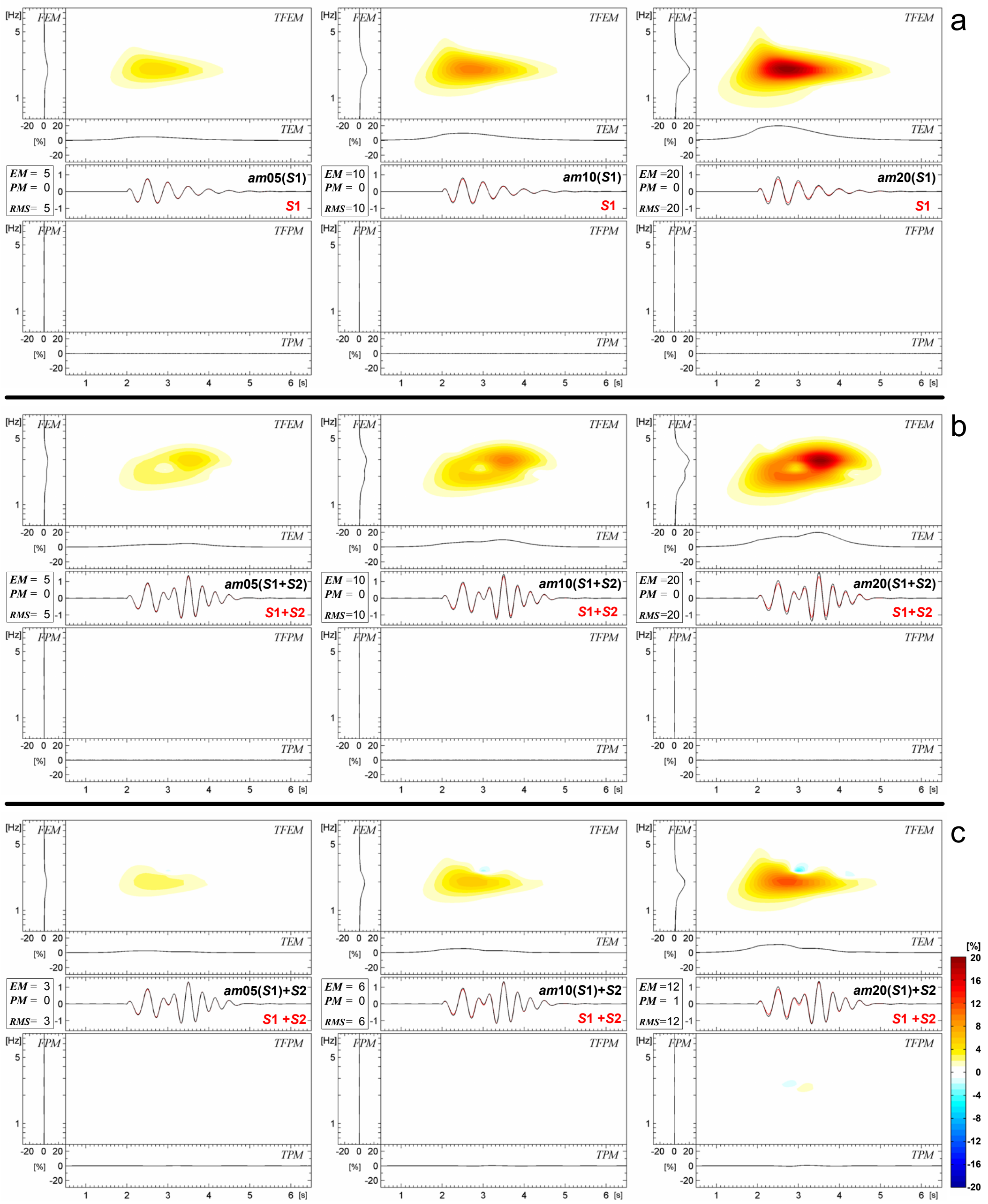
pre ktoré sme vypočítali kritériá (55)-(58), (60), (61), (63) a (64). Misfity medzi referenčným signálom $S1$ a amplitúdovo-modifikovanými signálmi $am05(S1)$, $am10(S1)$ a $am20(S1)$ sú ukázané na Obr. 26a. Vidíme, že distribúcia nenulových hodnôt $TFEM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá distribúcii nenulových hodnôt TFR referenčného signálu. Inými slovami, tvar oblasti s nenulovými hodnotami $TFEM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá tvaru oblasti s nenulovými hodnotami TFR referenčného signálu. Naviac, maximálna hodnota $TFEM(t,f)$ je presne rovná percentu amplitúdovej modifikácie pre každú z troch uvažovaných úrovní (5-, 10- a 20 %). Jej pozícia v TF rovine presne zodpovedá pozícii maximálnej hodnoty TFR referenčného signálu. Je to v poriadku, pretože absolútny amplitúdový rozdiel medzi referenčným a modifikovaným signálom je v tejto TF pozícii najväčší. Tvrdenia o maximálnej hodnote misfitu a jej pozícii sú pravdivé aj pre časovo-závislý misfit $TEM(t)$ a pre frekvenčne-závislý misfit $FEM(f)$. Skalárny misfit obálky EM je tiež presne rovný percentu amplitúdovej modifikácie pre každú z troch uvažovaných úrovní.

Fázové misfity $TFPM(t,f)$, $TPM(t)$, $FPM(f)$ a PM sú všetky nulové: fázové misfity správne odrážajú skutočnosť, že pri modifikáciách nedošlo k žiadnej fázovej zmene referenčného signálu.

Misfit RMS je presne rovný hodnote integrálneho misfitu EM pre všetky tri úrovne amplitúdovej modifikácie.

To, čo sme povedali o misfitoch pre $am05(S1)$, $am10(S1)$ a $am20(S1)$ je tiež pravda v prípade misfitov pre $am05(S2)$, $am10(S2)$ a $am20(S2)$ (nie je tu ukázané), a misfitov pre $am05(S1+S2)$, $am10(S1+S2)$ a $am20(S1+S2)$ (Obr. 26b).

Obr. 26c ukazuje misfity obálky a fázy medzi referenčným signálom $S1+S2$ a modifikovanými signálmi $am05(S1)+S2$, $am10(S1)+S2$ a $am20(S1)+S2$. Pri týchto modifikáciách je amplitúdovo modifikovaná len $S1$ zložka zo zloženého signálu $S1+S2$. Na Obr. 26c (a porovnaním s Obr.25) môžeme vidieť, že tvar oblasti s nenulovými hodnotami $TFEM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá tvaru oblasti s nenulovými hodnotami TFR $S1$ zložky signálu, čo je správne. Maximálne



Obr. 26. (a) Misfity medzi referenčným signálom $S1$ a modifikovanými signálmi $am05(S1)$, $am10(S1)$, $am20(S1)$. Stredný rad: referenčné a amplitúdovo modifikované signály, hodnoty skalárneho misfitu obálky EM, misfitu fázy PM, a misfit RMS. Horný rad: Časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$, časovo- závislé misfity obálky $TEM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity obálky $FEM(f)$. Spodný rad: Časovo-frekvenčné misfity fázy $TFPM(t,f)$, časovo-závislé misfity fázy $TPM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity fázy $FPM(f)$. (b) To isté pre $S1$+$S2$ a modifikované signály $am05(S1+S2)$, $am10(S1+S2)$, $am20(S1+S2)$. (c) To isté pre $S1$+$S2$ a modifikované signály $am05(S1)+S2$, $am10(S1)+S2$, $am20(S1)+S2$.

hodnoty misfitov obálky sú úmerné percentu amplitúdovej modifikácie a sú menšie. Nemôžu byť rovné percentu amplitúdovej modifikácie, pretože $S1$ zložka prispieva k TFR celého signálu menej než $S2$ zložka, pozri Obr. 25. Tiež si môžeme všimnúť striedajúce sa kladné a záporné hodnoty pozdĺž kontaktu modifikovanej $S1$ zložky a nemodifikovanej $S2$ zložky signálu, ako aj nenulové hodnoty $TFPM(t,f)$ v tejto oblasti TF roviny. Tieto sú spôsobené skutočnosťou, že amplitúdová zmena len $S1$-zložky zmenila aj amplitúdu aj fázu zloženého signálu. Znamienko fázových rozdielov a rozdielov obálky sa mení pozdĺž časovej aj frekvenčnej osi.

Ako v predchádzajúcich prípadoch, misfit RMS je presne rovný skalárnej hodnote misfitu obálky pre všetky tri úrovne amplitúdovej modifikácie.

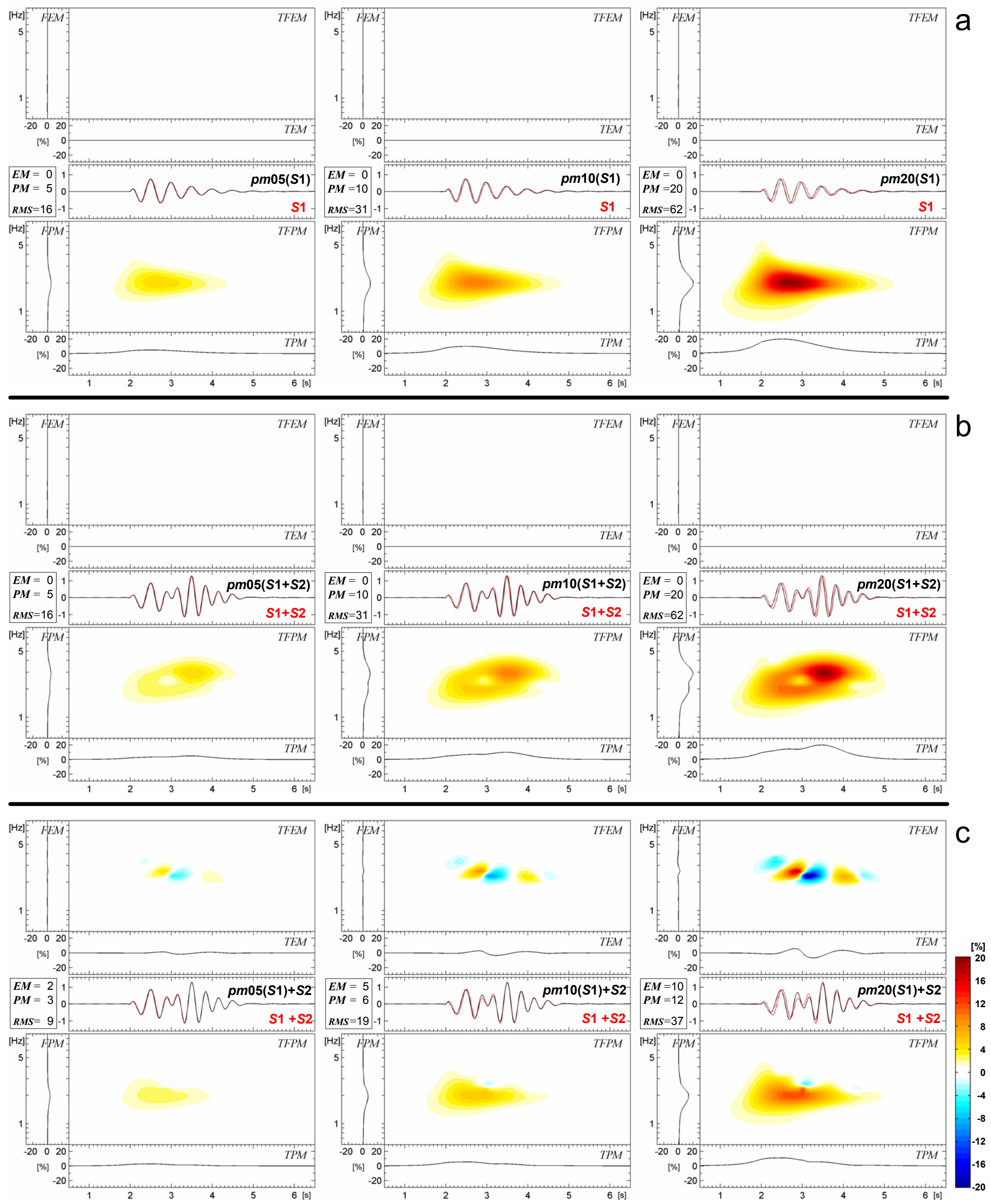
3.5.5 Misfity pre signály modifikované fázovým posunom

Podľa definícií (69) a (70) sme uvažovali 5-, 10- a 20% modifikácie pomocou fázového posunu signálov $S1$, $S2$, a $S1$+$S2$. Tiež sme uvažovali 5-, 10- a 20% modifikácie fázového posunu len $S1$ zložky zloženého signálu $S1$+$S2$. V Tab. 2 sú uvedené všetky referenčné a modifikované signály, pre ktoré sme vypočítali kritériá (55)-(58), (60), (61), (63) a (64). Misfity medzi referenčným signálom $S1$ a fázovo-posunutými signálmi $pm05(S1)$, $pm10(S1)$ a $pm20(S1)$ sú ukázané na Obr. 27a. Vidíme, že distribúcia nenulových hodnôt $TFPM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá distribúcii nenulových hodnôt TFR referenčného signálu. Maximálna hodnota $TFPM(t,f)$ je presne rovná percentu fázového posunu pre každú z troch uvažovaných úrovní (5-, 10- a 20 %). Jej pozícia v TF rovine presne zodpovedá pozícii maximálnej hodnoty TFR referenčného signálu. Tvrdenia o maximálnej hodnote misfitu a jej pozícii sú pravdivé aj pre časovo-závislý misfit $TPM(t)$ a pre frekvenčne-závislý misfit $FPM(f)$. Skalárny misfit fázy PM je tiež presne rovný percentu modifikácie fázovým posunom pre každú z troch uvažovaných úrovní.

Misfity obálky $TFEM(t,f)$, $TEM(t)$, $FEM(f)$ a EM sú všetky nulové: misfity obálky správne odrážajú skutočnosť, že pri modifikáciách nedošlo k žiadnej

Referenčné signály	Signály modifikované fázovým posunom		
$S1$	$pm05(S1)$	$pm10(S1)$	$pm20(S1)$
$S2$	$pm05(S2)$	$pm10(S2)$	$pm20(S2)$
$S1$+$S2$	$pm05(S1+S2)$	$pm10(S1+S2)$	$pm20(S1+S2)$
$S1$+$S2$	$pm05(S1)+S2$	$pm10(S1)+S2$	$pm20(S1)+S2$

Tab. 2
Referenčné signály a signály modifikované fázovým posunom použité pri výpočte kritérií pre porovnávanie seizmogramov



Obr. 27. (a) Misfity medzi referenčným signálom $S1$ a modifikovanými signálmi $pm05(S1)$, $pm10(S1)$, $pm20(S1)$. Stredný rad: referenčné a fázovo modifikované signály, hodnoty skalárneho misfitu obálky EM, misfitu fázy PM, a misfit RMS. Horný rad: Časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$, časovo- závislé misfity obálky $TEM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity obálky $FEM(f)$. Spodný rad: Časovo-frekvenčné misfity fázy $TFPM(t,f)$, časovo-závislé misfity fázy $TPM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity fázy $FPM(f)$. (b) To isté pre $S1$+$S2$ a modifikované signály $pm05(S1+S2)$, $pm10(S1+S2)$, $pm20(S1+S2)$. (c) To isté pre $S1$+$S2$ a modifikované signály $pm05(S1)+S2$, $pm10(S1)+S2$, $pm20(S1)+S2$.

zmene obálky referenčného signálu. Je to symetrická situácia voči fázovým misfitom pre amplitúdovo modifikované signály v predchádzajúcej časti textu.

Misfit RMS je približne tri krát väčší ako skalárny fázový misfit PM vo všetkých troch úrovniach modifikácie fázového posunu. To znamená, že RMS približne trikrát nadhodnocuje úroveň modifikácie fázového posunu. Zjavne je to dôsledok definície RMS misfitu, ktorá môže cítiť len lokálne rozdiely medzi dvomi signálmi bez ohľadu na ich príčinu.

To, čo sme povedali o misfitoch pre $pm05(S1)$, $pm10(S1)$ a $pm20(S1)$ je tiež pravda v prípade misfitov pre $pm05(S2)$, $pm10(S2)$ a $pm20(S2)$ (nie je tu ukázané), a misfitov pre $pm05(S1+S2)$, $pm10(S1+S2)$ a $pm20(S1+S2)$ (Obr. 27b).

Obr. 27c ukazuje misfity obálky a fázy medzi referenčným signálom $S1+S2$ a modifikovanými signálmi $pm05(S1)+S2$, $pm10(S1)+S2$ a $pm20(S1)+S2$. Pri týchto modifikáciách je fázovým posunom modifikovaná len $S1$ zložka zo zloženého signálu $S1+S2$. Tvar oblasti s nenulovými hodnotami $TFPM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá tvaru oblasti s nenulovými hodnotami TFR $S1$ zložky signálu (pozri Obr.25), čo je správne. Maximálne hodnoty misfitov fázy ($TFPM(t,f)$, $TPM(t)$, $FPM(f)$ a PM) sú úmerné percentu modifikácie fázovým posunom a sú menšie. Nerovnajú sa percentu amplitúdovej modifikácie, pretože $S1$ zložka prispieva k TFR celého signálu menej než $S2$ zložka, pozri Obr. 25.

Oba misfity $TFPM(t,f)$ and $TFEM(t,f)$ ukazujú striedajúce sa kladné a záporné hodnoty pozdĺž kontaktu modifikovanej $S1$ zložky a nemodifikovanej $S2$ zložky signálu. Je to spôsobené skutočnosťou, že fázový posun len $S1$-zložky zmenil aj amplitúdu aj fázu zloženého signálu. Znamienko fázových rozdielov a rozdielov obálky sa mení pozdĺž časovej aj frekvenčnej osi. V porovnaní s nenulovými striedavými hodnotami $TFPM(t,f)$ v prípade amplitúdovej modifikácie iba $S1$ zložky, sú teraz absolútne hodnoty $TFEM(t,f)$ misfitov so striedavým znamienkom väčšie. Je to preto, lebo relatívna zmena obálky kvôli fázovému posunu len jednej zo zložiek je väčšia ako relatívna zmena fázy kvôli amplitúdovej modifikácii len jednej zo zložiek signálu.

Podobne ako v predchádzajúcich prípadoch modifikácie signálov fázovým posunom, misfit RMS je približne tri krát väčší ako skalárny misfit fázy PM pre všetky tri úrovne modifikácie. Hodnota RMS evidentne nie je ovplyvnená tým, že v tomto prípade došlo aj k zmene obálky signálu.

3.5.6 Príklady signálov modifikovaných časovým posunom a zmenou frekvencie a im zodpovedajúce misfity

Aby sme ilustrovali schopnosť definovaných kritérií kvantifikovať odlišnosti medzi referenčným a nejakým iným signálom, skúmali sme aj modifikáciu časovým posunom a frekvenčnú modifikáciu referenčného signálu.

Vypočítali sme misfity medzi referenčnými signálmi a signálmi získanými jednoduchým posunutím signálu pozdĺž časovej osi. Napríklad, $tm1/120(S1)$ znamená ten istý signál ako referenčný, ale oneskorený o 1/120 sekundy. V Tab. 3 sú uvedené všetky modifikácie signálov, pre ktoré boli vypočítané misfity. Misfity medzi referenčným signálom $S2$ a časovo posunutými signálmi $tm1/120(S2)$, $tm1/60(S2)$ a $tm1/30(S2)$ sú ukázané na Obr. 28a. Časový posun spôsobuje najmä zmenu fázy signálu voči referenčnému signálu, ale mení aj obálku signálu. Ako sa dalo očakávať, absolútne hodnoty misfitov fázy sú výrazne väčšie ako hodnoty misfitov obálky. Tvar oblasti nenulových hodnôt $TFPM(t,f)$ v TF rovine zodpovedá tvaru oblasti s nenulovými hodnotami TFR referenčného signálu. Maximálne hodnoty misfitov fázy a obálky sú priamo úmerné úrovni časového posunu. Ukazujeme tu príklad signálu S2, pretože v tomto najjednoduchšom prípade môžeme najnázornejšie rozdiskutovať dôsledky časového posunu a jeho prejavy na hodnotách misfitov. Gaussovská obálka signálu S2 je symetrická vzhľadom k centru signálu. V dôsledku tejto symetrie konštantné časové oneskorenie celého signálu spôsobí relatívny záporný rozdiel obálok naľavo (pozdĺž časovej osi) a relatívny kladný rozdiel obálok napravo od centra signálu. Takáto antisymetria rozdielov vzhľadom k referenčnému signálu je jasne viditeľná v $TFEM(t,f)$ a v $TEM(t)$. Antisymetrické hodnoty $TFEM(t,f)$ sa navzájom vyrušia pri projekcii do frekvenčnej oblasti a majú za následok nulový $FEM(f)$, čo je správne.

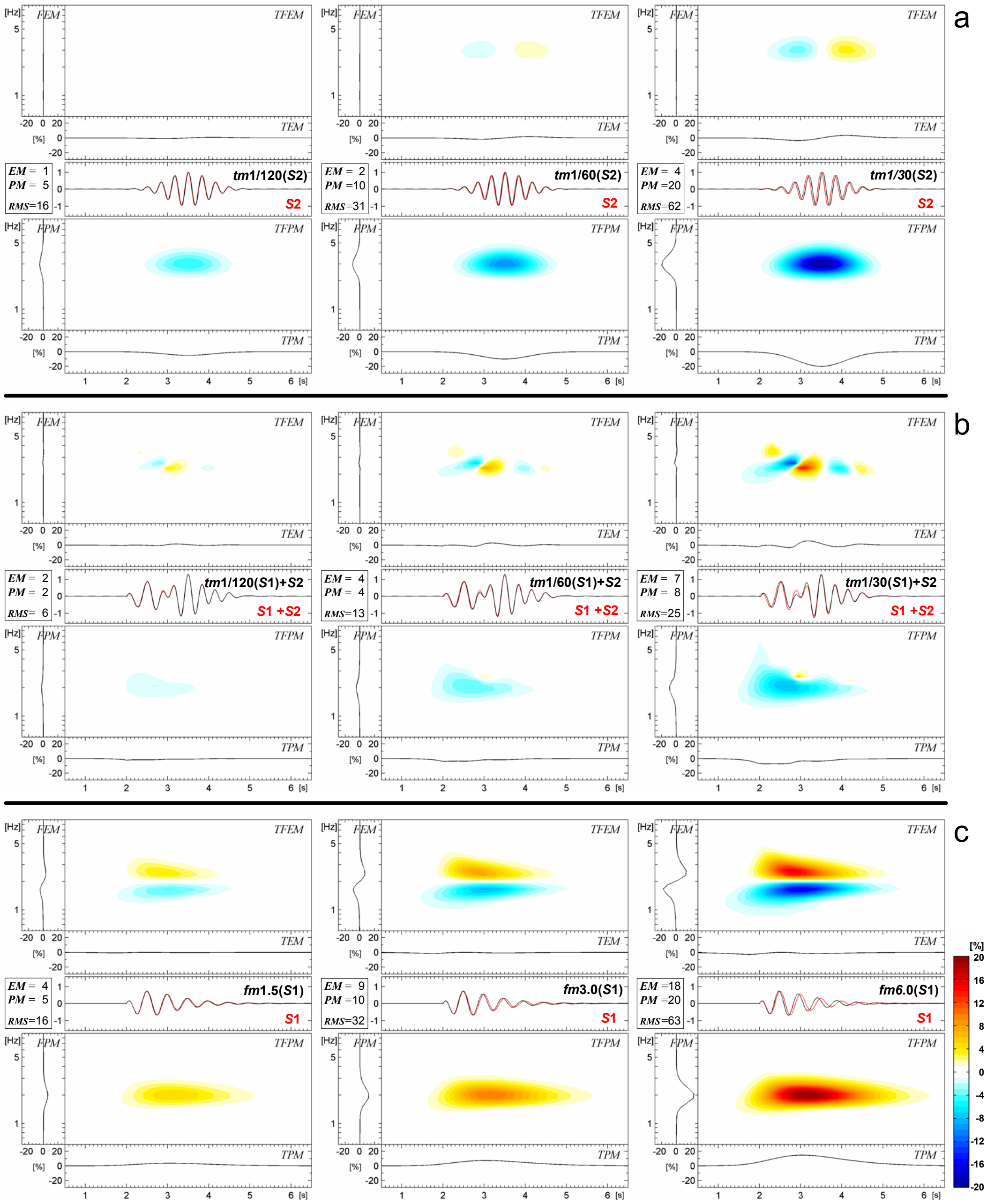
Referenčné signály	Signály modifikované časovým posunom		
$S1$	$tm1/120(S1)$	$tm1/60(S1)$	$tm1/30(S1)$
$S2$	$tm1/120(S2)$	$tm1/60(S2)$	$tm1/30(S2)$
$S1+S2$	$tm1/120(S1+S2)$	$tm1/60(S1+S2)$	$tm1/30(S1+S2)$
$S1+S2$	$tm1/120(S1)+S2$	$tm1/60(S1)+S2$	$tm1/30(S1)+S2$

Tab. 3
Referenčné signály a signály modifikované časovým posunom použité pri výpočte kritérií pre porovnávanie seizmogramov

Misfit RMS je približne tri krát väčší ako skalárny fázový misfit pre všetky tri úrovne časového posunu. Jednoduché vizuálne porovnanie referenčného signálu a modifikovaných signálov (Obr. 28a) indikuje, že RMS nadhodnocuje úroveň modifikácie.

Neukazujeme tu misfity pre $tm1/120(S1)$, $tm1/60(S1)$, $tm1/30(S1)$, $tm1/120(S1+S2)$, $tm1/60(S1+S2)$ and $tm1/30(S1+S2)$. Viedli by k tým istým konštatovaniam ako vyššie s výnimkou antisymetrie $TFEM(t,f)$ a $TEM(t)$.

Obr. 28b ukazuje misfity obálky a fázy medzi referenčným signálom $S1+S2$ a modifikovanými signálmi $tm1/120(S1)+S2$, $tm1/60(S1)+S2$ a



Obr. 28. (a) Misfity medzi referenčným signálom $S1$ a modifikovanými signálmi $tm1/120(S2)$, $tm1/60(S2)$, $tm1/30(S2)$. Stredný rad: referenčné a modifikované signály, hodnoty skalárneho misfitu obálky EM, misfitu fázy PM, a misfit RMS. Horný rad: Časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$, časovo- závislé misfity obálky $TEM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity obálky $FEM(f)$. Spodný rad: Časovo-frekvenčné misfity fázy $TFPM(t,f)$, časovo-závislé misfity fázy $TPM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity fázy $FPM(f)$. (b) To isté pre $S1+S2$ a modifikované signály $tm1/120(S1)+S2$, $tm1/60(S1)+S2$, $tm1/30(S1)+S2$. (c) To isté pre $S1+S2$ a modifikované signály $fm1.5(S1)$, $fm3.0(S1)$, $fm6.0(S1)$.

$tm1/30(S1)+S2$. V modifikovaných signáloch bola oneskorená len $S1$ zložka zo zloženého referenčného signálu $S1$+$S2$. Tvar oblasti nenulových hodnôt $TFPM(t,f)$ zodpovedá tvaru oblasti s nenulovými hodnotami TFR $S1$ zložky (pozri Obr.25). Maximálne hodnoty misfitov fázy ($TFPM(t,f)$, $TPM(t)$, $FPM(f)$ a PM) sú úmerné úrovni časového oneskorenia.

Aj $TFPM(t,f)$ aj $TFEM(t,f)$ ukazujú striedavé záporné a kladné hodnoty pozdĺž kontaktu medzi modifikovanou $S1$ a nemodifikovanou $S2$ zložkou. Sú dôsledkom toho, že časové oneskorenie len $S1$ zložky zmenilo aj obálku aj fázu zloženého signálu. Znamienka misfitov obálky a fázy sa striedajú pozdĺž časovej a frekvenčnej osi. Absolútne hodnoty $TFEM(t,f)$ misfitov so striedavým znamienkom sú väčšie než absolútne hodnoty $TFPM(t,f)$ misfitov. Je to preto, lebo relatívna zmena obálky kvôli časovému oneskoreniu len $S1$ zložky je väčšia než relatívna zmena fázy signálu (ako indikuje aj jednoduché vizuálne porovnanie referenčných a modifikovaných signálov). Ďalším dôsledkom je aj fakt, že skalárne misfity obálky a fázy, EM and PM, sú približne rovné, čo je veľmi odlišné od situácie v Obr. 28a.

Ako v predchádzajúcich prípadoch, misfit RMS je približne tri krát väčší ako skalárny misfit fázy PM pre všetky tri úrovne modifikácie.

V poslednom kanonickom príklade ukážeme misfity medzi referenčným signálom $S1$ a modifikovanými signálmi získanými malou zmenou dominantnej frekvencie referenčného signálu. Modifikované signály $fm1.5(S1)$, $fm3.0(S1)$ and $fm6.0(S1)$ sú získané 1.5 %, 3.0 % a 6.0 % zvýšením dominantnej frekvencie f_1 v definícii (65). Obr. 28c ukazuje referenčné a modifikované signály ako aj vypočítané misfity. Ako je zrejmé z Obr. 28c, zvýšenie dominantnej frekvencie spôsobuje misfit fázy v časovo-frekvenčnej, časovej a aj frekvenčnej oblasti. Maximálne hodnoty misfitov fázy sú úmerné úrovni frekvenčnej modifikácie. Pozícia maxima $TFPM(t,f)$ pozdĺž frekvenčnej osi je určená dominantnou frekvenciou. Pozícia maxima pozdĺž časovej osi je určená dvomi opačne pôsobiacimi faktormi – väčšia lokálna hodnota obálky posúva maximum doľava, zatiaľ čo zväčšujúci sa fázový posun ho posúva doprava pozdĺž časovej osi.

Porozumieť časovo-frekvenčnej štruktúre misfitu obálky je jednoduché. Zvýšenie dominantnej frekvencie spôsobuje kladné $TFEM(t,f)$ a $FEM(f)$ pri frekvenciách väčších ako je dominantná frekvencia. Zároveň má za následok záporné $TFEM(t,f)$ a $FEM(f)$ pri frekvenciách menších ako dominantná frekvencia. Maximálne hodnoty misfitov obálky sú úmerné úrovni frekvenčnej modifikácie. Relatívne malé hodnoty $TEM(t)$ sú spôsobené malou zmenou obálky signálu v časovej oblasti, čo je možné vidieť aj pri jednoduchom vizuálnom porovnaní referenčného a a modifikovaných signálov.

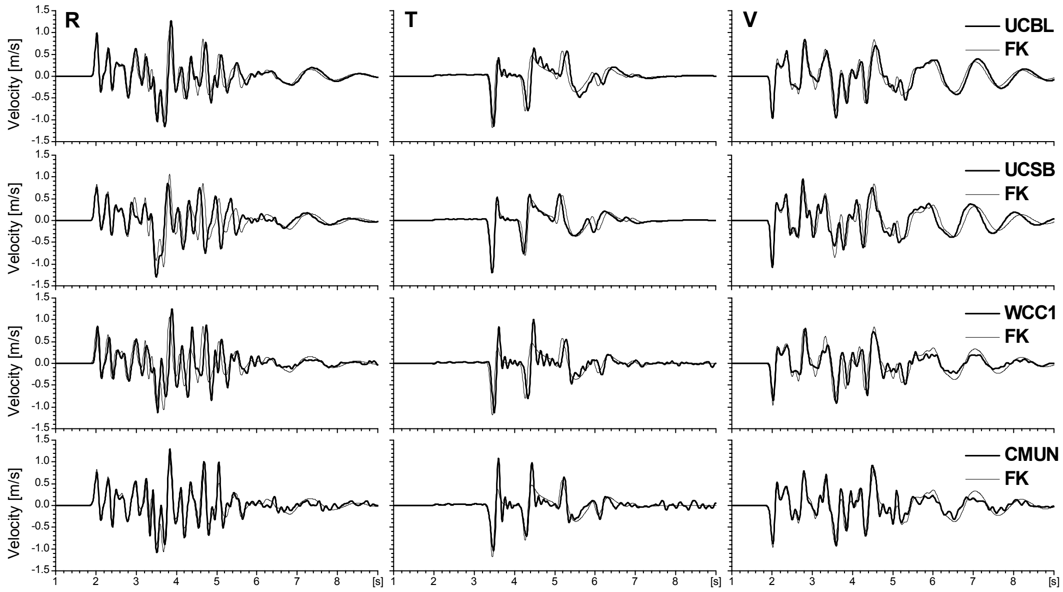
Hodnoty RMS sú približne trikrát väčšie ako hodnoty PM.

3.5.7 Aplikácia na numerické riešenia problému SCEC LOH.3

SCEC Code Validation projekt (*Day et al. 2003*) porovnával výpočtové programy na šírenie seizmických vĺn v 3D nehomogénnych štruktúrach. Porovnanie bolo urobené pre hierarchiu testovacích problémov, počínajúc jednoduchým bodovým zdrojom v kanonických štruktúrach (napr. vrstva na polpriestore) až po šírenie trhliny v zložitých 3D modeloch geológie sedimentárneho bazénu Los Angeles. Obr. 29 ukazuje výsledky testu pre problém LOH.3: model vrstvy na polpriestore so zahrnutím útlmu (Q je frekvenčne závislé), s bodovým dislokačným zdrojom (s Gaussovskou časovou funkciou so šírkou 0.05 s).

Tri riešenia boli vypočítané konečno-diferenčnými (FD) programami. Sú označené ako UCSB (*Olsen 1994*), UCBL (*Larsen a Grieger 1998*), and WCC1 (*Graves 1996*). CMUN je konečno-elementné (FE) riešenie (*Bao et al. 1998*). FK je referenčné riešenie získané použitím metódy výpočtu dynamických Greenových funkcií (*Apsel a Luco 1983*). Výpočty boli urobené programami vo vývoji a ich výsledky boli použité na urýchlenie vylepšení niektorých programov, najmä vzhľadom k zahrnutiu anelastického útlmu. Seizmogramy, ktoré sú tu analyzované, preto nereprezentujú záverečnú presnosť týchto metód. Skôr sú tu prezentované ako príklady, v ktorých navrhované kritériá môžu poskytnúť cenné informácie a pomoc počas procesu vývoja. Pre detailný popis a vyhodnotenie numerických testov pre LOH.3 problém pozri správu *Day et al.* (*2003*).

Sústredíme sa na formálne kvantifikovanie rozdielov medzi testovanými FD/FE riešeniami a referenčným FK riešením pomocou vyvinutých kritérií pre



Obr. 28. Numericky simulované seizmogramy získané tromi FD programami (UCSB, UCBL, WCC1), jedným FE programom (CMUN), a FK programom pre SCEC problem LOH.3. FK riešenie je brané ako referenčné. Radiálna (vľavo), transverzálna (stred), a vertikálna (vpravo) zložka sú z epicentrálnej vzdialenosti 10 km.

porovnávanie seizmogramov. Časovo-frekvenčné misfity môžu poskytnúť detailný pohľad na rozdiely medzi jednotlivými riešeniami a referenčným riešením. Možnosť kvantifikovať misfity a vidieť ich štruktúru je užitočná, pretože vzhľadom k relatívnej jednoduchosti problému (vrstva na polpriestore) môže byť rozptyl riešení trochu prekvapujúci.

Obr. 30a ukazuje misfity obálky a fázy medzi UCBL a FK riešeniami, kým Obr. 30b ukazuje misfity medzi UCSB a FK riešeniami. Aj UCBL aj UCSB riešenia dávajú rozumné fázy pre frekvencie pod 1 Hz, najmä na radiálnej a transverzálnej zložke pohybu. Fázy nie sú až tak dobré pre frekvencie nad 2 Hz. Takmer systematický záporný fázový posun pre UCBL ako aj kladný fázový posun pre UCSB je vidno aj v seizmogramoch samotných. Ich kvantifikovanie vzhľadom k času a frekvencii je však viditeľné iba na vypočítaných misfitoch fázy.

Pre obe riešenia je na vertikálnej zložke zjavný misfit obálky dokonca aj pre frekvencie pod 1 Hz. Misfit obálky pre UCBL sa zväčšuje pre frekvencie nad 3 Hz. Pre UCSB riešenie sa misfit obálky zväčšuje už pre frekvencie nad 2 Hz, najmä na radiálnej a vertikálnej zložke.

Priemerné hodnoty EM a PM (zo všetkých troch zložiek pohybu) pre UCBL riešenie sú 16% a 21%. Priemerné hodnoty misfitov pre UCSB riešenie sú 20% a 24%. Misfit RMS nevyhodnocujeme, pretože frekvenčný limit v testoch bol stanovený na 5 Hz, ale RMS berie do úvahy kompletné seizmogramy, ktoré majú nezanedbateľný spektrálny obsah aj nad 5 Hz.

Obrázok 31a ukazuje misfity fázy a obálky medzi WCC1 a FK riešeniami, kým Obr. 31b ukazuje misfity medzi CMUN a FK riešeniami. Z Obr. 31b je jasné, že CMUN riešenie dáva celkovo najlepšie fázy. WCC1 riešenie dáva zároveň najlepšie fázy pre frekvencie pod 2 Hz a najhoršie fázy pre frekvencie nad 3 Hz.

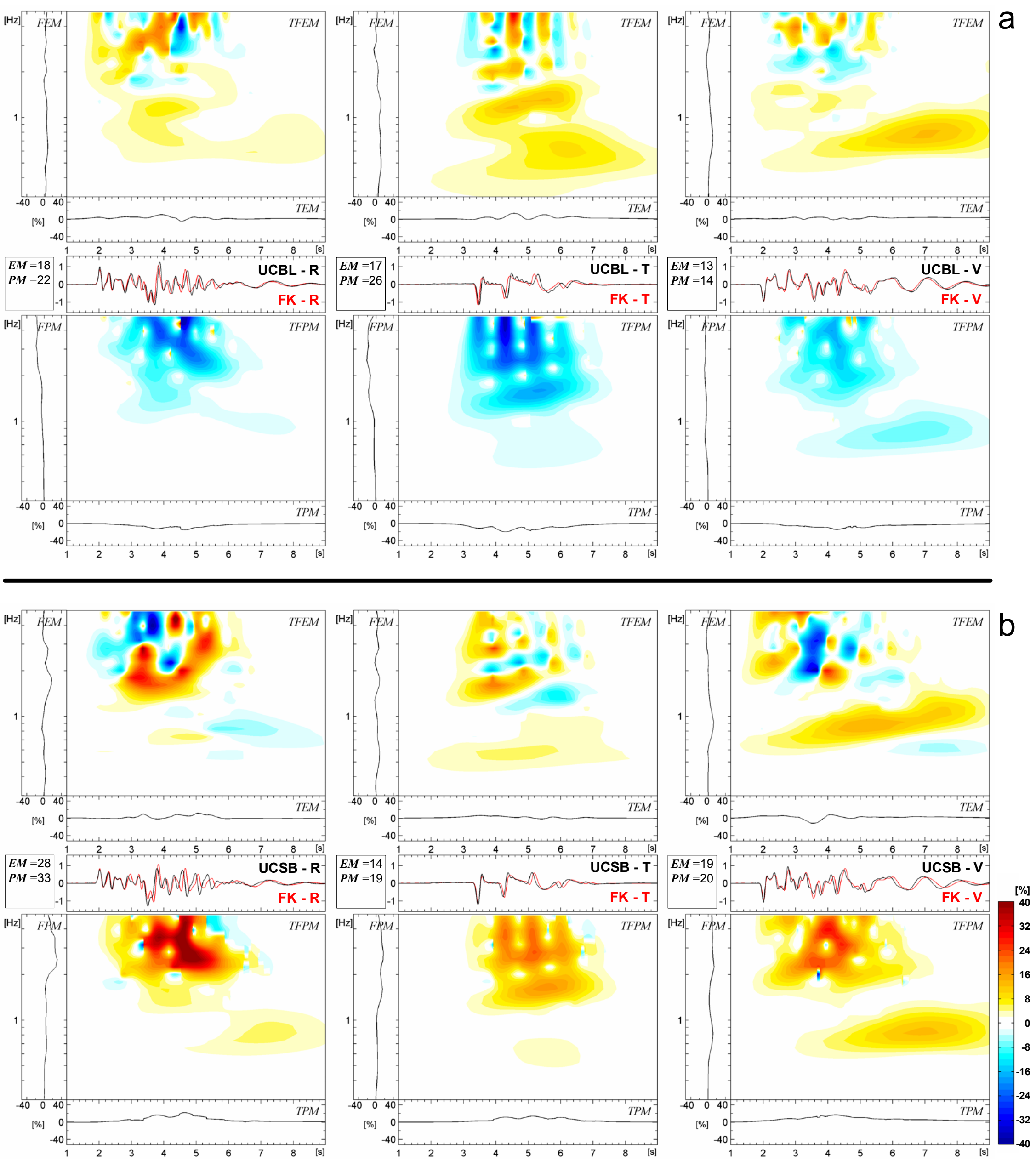
Celkovo obe riešenia (WCC1 a CMUN) dávajú horšie obálky ako UCBL a UCSB riešenia. Misfity obálky sú záporné pre frekvencie pod 1 Hz a kladné pre frekvencie nad 2 Hz. To veľmi dobre súhlasí s faktom, že aj WCC1 aj CMUN riešenia zahŕňajú zjednodušený model útlmu (napr. *Graves 1996*), ktorý potláča seizmický pohyb s nižšími frekvenciami a zvyšuje seizmický pohyb s vyššími frekvenciami.

Priemerné hodnoty EM a PM pre WCC1 riešenie sú 32% a 20%. Takéto priemerné hodnoty misfitov pre CMUN riešenie sú 31% a 9%.

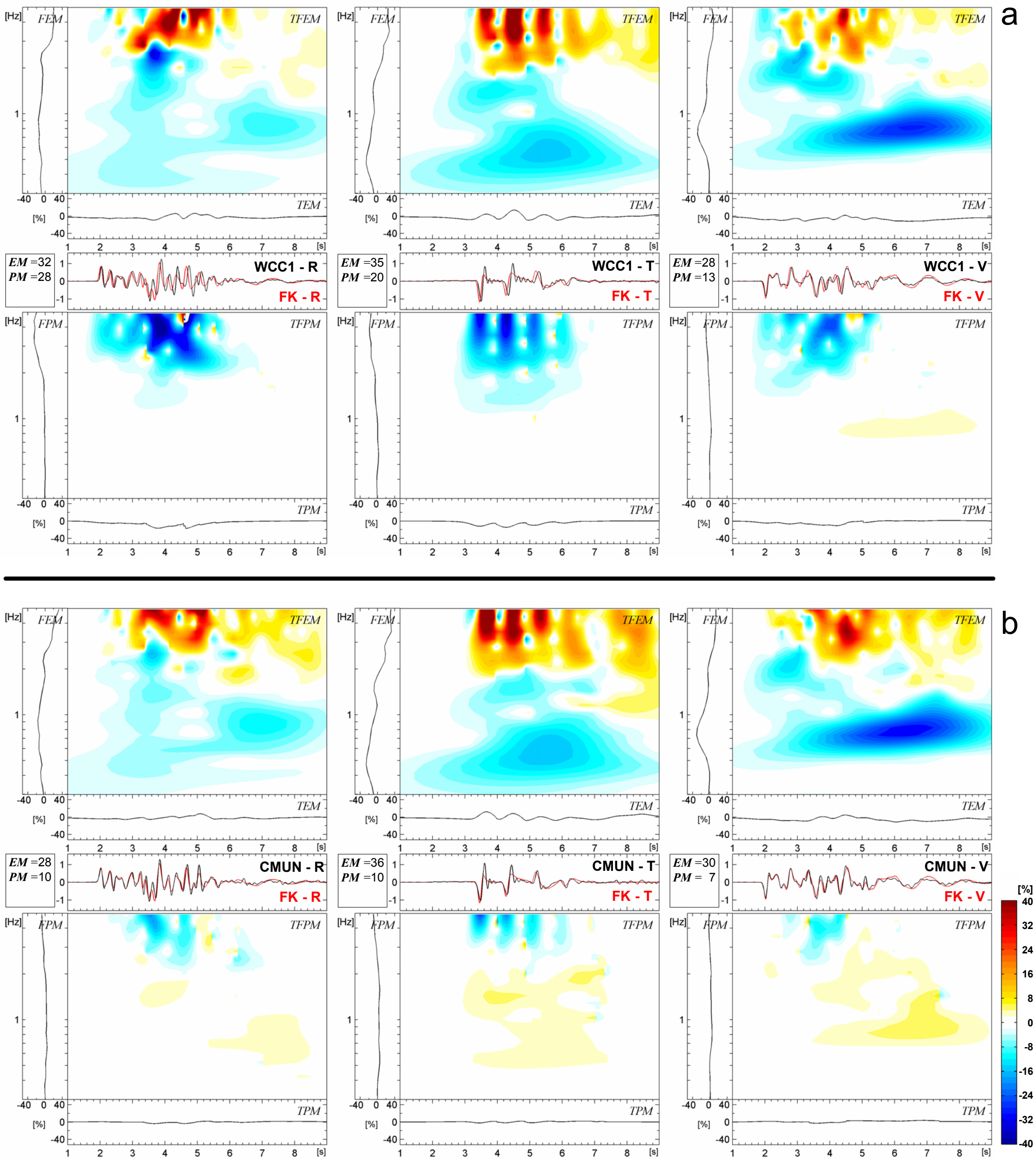
3.5.8 Zhodnotenie

Vyvinuli sme a numericky testovali kvantitatívne kritériá pre porovnávanie seizmogramov. Kritériá zahŕňajú

- časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$ a fázy $TFPM(t,f)$,
- časovo-závislé misfity obálky $TEM(t)$ a fázy $TFPM(t,f)$,



Obr. 30. (a) Misfity medzi UCBL riešením a referenčným FK riešením. Ľavý stĺpec: radiálna zložka. Stredný stĺpec: transverzálna zložka. Pravý stĺpec: vertikálna zložka. Stredný rad: referenčné FK riešenie a UCBL riešenie, hodnoty skalárneho misfitu obálky EM a misfitu fázy PM. Horný rad: Časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$, časovo-závislé misfity obálky $TEM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity obálky $FEM(f)$. Spodný rad: Časovo-frekvenčné misfity fázy $TFPM(t,f)$, časovo-závislé misfity fázy $TPM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity fázy $FPM(f)$. (b) To isté pre UCSB riešenie.



Obr. 31. (a) Misfity medzi WCC1 riešením a referenčným FK riešením. Ľavý stĺpec: radiálna zložka. Stredný stĺpec: transverzálna zložka. Pravý stĺpec: vertikálna zložka. Stredný rad: referenčné FK riešenie a WCC1 riešenie, hodnoty skalárneho misfitu obálky EM a misfitu fázy PM. Horný rad: Časovo-frekvenčné misfity obálky $TFEM(t,f)$, časovo-závislé misfity obálky $TEM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity obálky $FEM(f)$. Spodný rad: Časovo-frekvenčné misfity fázy $TFPM(t,f)$, časovo-závislé misfity fázy $TPM(t)$ a frekvenčne-závislé misfity fázy $FPM(f)$. (b) To isté pre CMUN riešenie.

- frekvenčne- závislé misfity obálky $FEM(f)$ a fázy $FPM(f)$,
- skalárne misfity obálky EM a fázy PM.

Kritériá sú založené na časovo-frekvenčnej reprezentácii seizmogramov získanej pomocou spojitej wavelet transformácie s analyzujúcim Morletovým waveletom.

Vlastnosti kritérií sme testovali pomocou kanonických signálov a aj relatívne komplikovaných numericky simulovaných seizmogramov, získaných niekoľkými metódami. Kanonické signály, brané ako referenčné signály, boli špecificky amplitúdovo, fázovým posunom, časovým posunom a frekvenčne modifikované kvôli demonštrovaniu schopností navrhnutých kritérií správne kvantifikovať a rozpoznať charakter a príčinu misfitov medzi referenčnými a modifikovanými signálmi.

Čiastočné závery z numerických testov pre čisto amplitúdovú modifikáciu:

- maximálne hodnoty misfitov obálky sú úmerné úrovni modifikácie; sú presne rovné percentu modifikácie, ak bol celý signál v časovej oblasti vynásobený nejakým konštantným koeficientom,
- v prípade amplitúdovej modifikácie celého signálu, sú všetky fázové misfity nulové, pretože nedochádza k žiadnej fázovej zmene referenčného signálu,
- misfit RMS je presne rovný skalárnemu misfitu obálky EM.

Čiastočné závery z numerických testov pre modifikáciu len fázovým posunom:

- maximálne hodnoty misfitu fázy sú úmerné úrovni modifikácie; sú presne rovné percentu modifikácie, ak bola časovo-závislá fáza analytického signálu v každom čase posunutá o tú istú hodnotu,
- v prípade rovnakého fázového posunu celého signálu sú všetky misfity obálky rovné nule, pretože nedochádza k žiadnej zmene obálky signálu,
- misfit RMS je približne tri krát väčší ako skalárny misfit fázy PM.

Vypočítali sme aj misfity medzi referenčnými signálmi a signálmi modifikovanými pomocou jednoduchého posunu v čase alebo malej zmeny dominantnej frekvencie signálu. Vo všetkých prípadoch správne kvantifikovali a charakterizovali rozdiely medzi referenčným a modifikovanými signálmi.

Aplikácia na SCEC testovací problém LOH.3 (vrstva na polpriestore, s útlmom) ukázala, že skalárne misfity obálky a fázy úspešne identifikovali a kvantifikovali principiálne viditeľné odlišnosti medzi jednotlivými numerickými riešeniami a referenčným FK riešením. Zavedenie kvantifikovania fázových a amplitúdových rozdielov pomocou skalárnych misfitov teda umožňuje klasifikovanie rôznych numerických metód. Navyše, časovo-frekvenčné, časovo-závislé a frekvenčne-závislé kritériá misfitov poskytujú hodnotné dodatočné popisy odlišností a napomáhajú identifikovať ich pôvod. Tieto kritériá jasne ukazujú frekvenčné ohraničenie presnosti fázy a amplitúdy, rôzny fázový posun medzi rôznymi numerickými riešeniami, odchýlky v spektrálnom obsahu kvôli použitiu útlmu s konštantným faktorom kvality Q.

Naopak, štandardný misfit RMS sa zhoduje so skalárnym misfitom obálky EM len v prípade čisto amplitúdovej modifikácie signálu. Vo všetkých iných prípadoch RMS značne nadhodnocuje misfity v porovnaní s EM alebo PM. V kontraste k RMS, presnejšia a kompletnejšia charakteristika poskytnutá kritériami EM a PM umožňuje efektívnejšie ohodnotiť aplikovateľnosť numerických metód na špecifické aplikácie. Vhodnosť na fázovo-citlivé aplikácie, ako sú napríklad disperzia povrchových vĺn alebo štúdie časov šírenia, môže byť ohodnotená prisúdením väčšej váhy misfitom fázy než misfitom obálky. Vhodnosť numerických metód pre amplitúdovo-citlivé aplikácie, akými sú napríklad simulácie silných pohybov, môže zasa byť ohodnotená prisúdením vyššej váhy misfitom obálky než misfitom fázy.

Program TF-MISFITS, realizujúci výpočet navrhnutých misfitov, je súčasťou dizertačnej práce a spolu s podrobným popisom je uvedený v Prílohe (CD-ROM).

3.6 Analýza vlastností numericky simulovaného seizmického šumu

V tejto a nasledujúcej podkapitole budú prezentované výsledky získané v rámci riešenia projektu SESAME 5. Rámcového programu EÚ (Site Effects Assessment using Ambient Excitations, EVG1-CT-2000-00026).

Projekt bol zameraný na výskum lokálnych efektov pomocou metód využívajúcich záznamy seizmického šumu. **Lokálnym efektom** nazývame. anomáliu seizmického pohybu pri ktorej sú amplitúdy v časovej i frekvenčnej oblasti a trvanie pohybu v rozpore s vyžarovacou charakteristikou ohniska a vzdialenosťou miesta od ohniska. Keďže existuje len málo spoľahlivých metód pre apriori stanovenie lokálnych efektov (t.j. pred výskytom ničivého zemetrasenia) a tieto metódy sú príliš nákladné a náročné najmä pre krajiny so strednou úrovňou seizmicity alebo rozvojové krajiny, je veľmi potrebné hľadať spoľahlivé nízkonákladové metódy a venovať pozornosť ich výskumu a vývoju. Medzi takéto nízkonákladové metódy patria metódy založené na meraniach seizmického šumu. Cieľom projektu SESAME bolo preskúmať spoľahlivosť dvoch metód založených na meraniach seizmického šumu (obe majú pôvod v Japonsku): jednoduchej metódy H/V pomeru a náročnejšej „array" metódy. Obe poskytujú veľa výhod najmä v obývaných oblastiach a ich používanie (vhodným aj nevhodným spôsobom) sa rýchlo rozširuje. Ich fyzikálne základy a ich relevantnosť k odhadu lokálnych efektov nie sú v rámci seizmologickej komunity predmetom zhody názorov. SESAME projekt preto združoval špecialistov z rôznych oblastí a skúmal tieto metódy z rôznych uhlov pohľadu (fyzikálne základy, relevantnosť k lokálnym efektom, vplyv experimentálnych podmienok počas meraní, vplyv spôsobu spracovania nameraných údajov, atď.). Na záver projektu bolo vydané odporučenie podmienok a postupov pri meraniach seizmického šumu, rovnako ako aj vhodného postupu a softwaru na vyhodnocovanie nameraných dát.

Úloha C (Physical background and numerical simulations) projektu SESAME, na ktorej sme sa podieľali, bola zameraná na:

a) zvýšenie poznania o zložení seizmického šumu v obývaných oblastiach (typ vĺn, ich podiel vo vlnovom poli a ich pôvod) ako kľúčový bod pre hlbšie porozumenie H/V a „array" metód

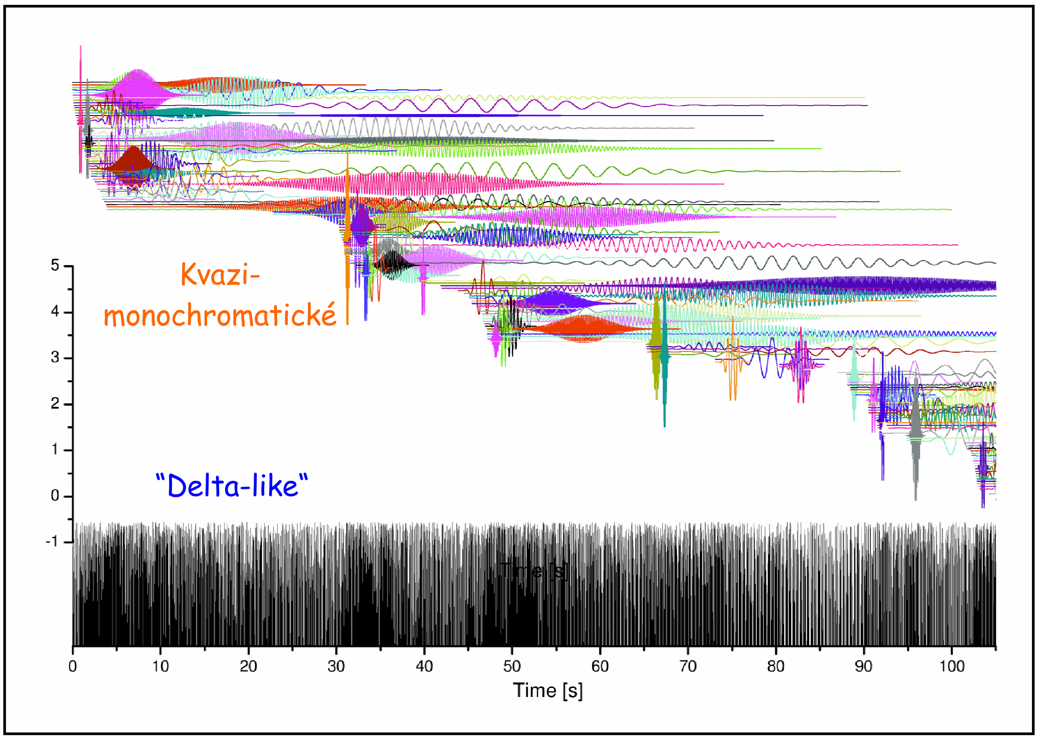
b) vývoj techník na modelovanie realistického seizmického šumu, parametrické štúdie na takto získaných syntetických záznamoch na zhodnotenie schopnosti H/V a „array" metód odhaliť informácie o geologickej štruktúre

c) porovnanie reálnych záznamov šumu a numericky simulovaných záznamov v modeloch so známou geologickou štruktúrou pre niekoľko dobre známych testovacích lokalít.

V rámci Úlohy C (časť b) bol vytvorený programový súbor NOISE (*Kristek a Moczo 2002)* na numerické generovanie a simuláciu seizmického šumu v 3D heterogénnych povrchových viskoelastických geologických štruktúrach s rovinným povrchom pomocou povrchových a blízkopovrchových náhodných zdrojov. Programový súbor NOISE pozostáva z 2 programov vo Fortrane 95: RANSOURCE a FDSIM. Program RANSOURCE generuje časopriestorovo náhodné bodové zdroje seizmického šumu. Jeho výstupné súbory sú vstupnými súbormi pre program FDSIM, ktorý pomocou metódy konečných diferencií simuluje šírenie seizmických vĺn a seizmický pohyb v 3D povrchových heterogénnych viskoelastických štruktúrach s rovinným voľným povrchom. V tejto podkapitole ukážeme, jednak pomocou tradičných metód analýzy signálu, jednak pomocou moderných časovo-frekvenčných metód, že programový súbor NOISE skutočne produkuje náhodný šum. To znamená, že pre model homogénneho polpriestoru a pre navzájom dostatočne vzdialené prijímače sú ich záznamy nekorelované, či už v časovej alebo frekvenčnej oblasti.

3.6.1 Seizmický šum simulovaný programovým súborom NOISE

Test bol vykonaný pre numericky simulovaný šum vygenerovaný pre model homogénneho elastického polpriestoru (rýchlosť P-vĺn $V_P = 1000\, ms^{-1}$, rýchlosť S-vĺn $V_S = 2000\, ms^{-1}$, hustota $\rho = 2500\, kg\, m^{-3}$). Programom RANSOURCE bolo vygenerovaných vyše 30000 časopriestorovo náhodne rozložených bodových zdrojov vtlačenej sily s náhodnou orientáciou a veľkosťou. Časová distribúcia a typ časových funkcií bodových zdrojov je znázornená na Obr. 32. Programom FDSIM bol potom simulovaný seizmický šum v 844 prijímačoch, pričom frekvenčný interval, v ktorom bol šum namodelovaný je: 0.6-10 *Hz*. Poloha prijímačov bola



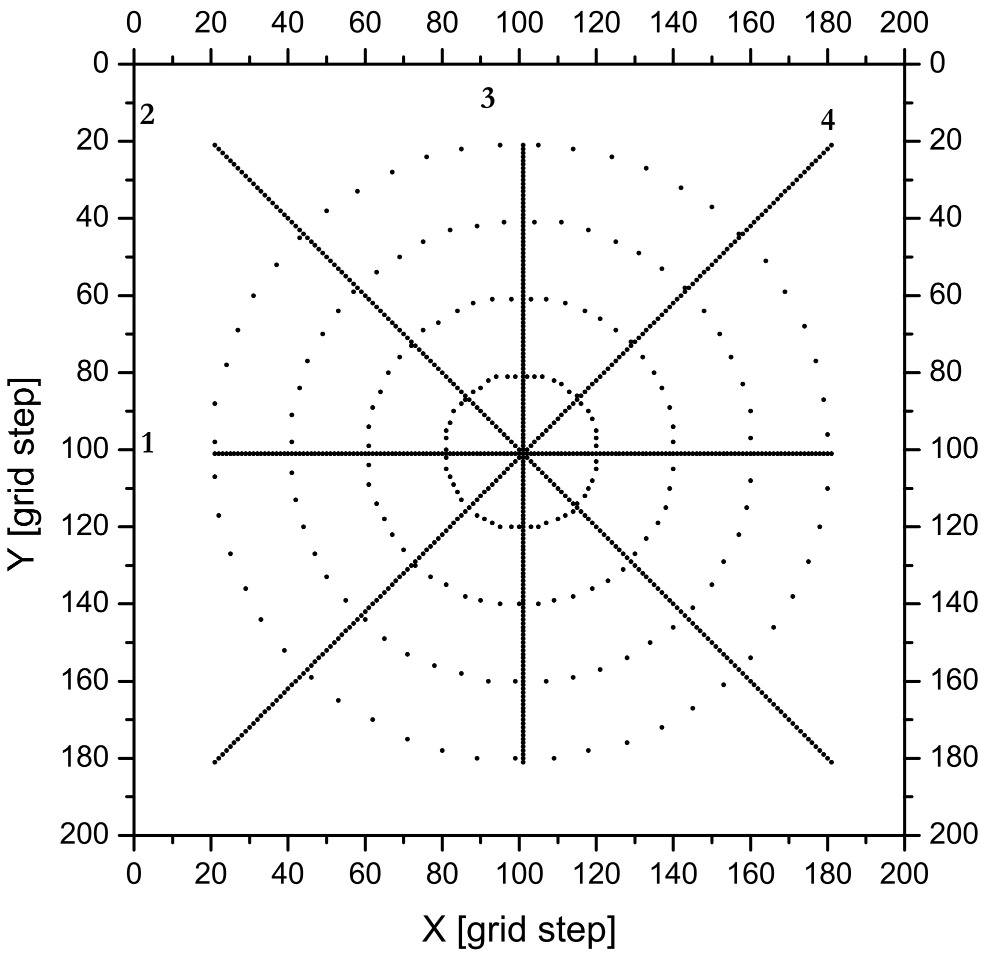
Obr. 32 Časová distribúcia zdrojových časových funkcií použitých v náhodne rozmiestnených bodových zdrojoch vtlačenej sily pri numerickom simulovaní seizmického šumu programom NOISE. Boli vygenerované dva základné typy časových funkcií – kvazimonochromatické (hore) a „delta-like" časové funkcie (dole).

nakonfigurovaná tak, aby bolo možné sledovať kvalitu generovaného šumu na rôzne vzdialených prijímačoch, sledovať závislosť na pozícii v rámci modelu, prípadne či sa vlastnosti generovaného šumu neodlišujú pozdĺž profilov v rôznych smeroch (Obr. 33).

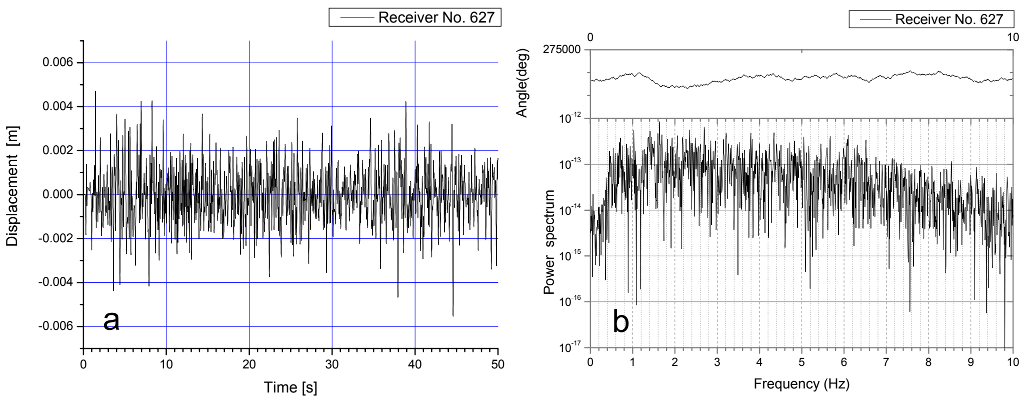
Na Obr. 34 je ukážka záznamu numericky simulovaného seizmického šumu (prijímač č. 627) a jeho spektrálnej reprezentácie. Vidíme, že v rámci prípustného intervalu frekvencií nie je žiadna frekvencia dominantná. V intervale 6-10 Hz postupne mierne klesá obsah energie v signále.

3.6.2 Analýza vlastností seizmického šumu v časovej oblasti

Test, či je numericky simulovaný šum náhodný sme urobili pomocou **autokorelačnej funkcie**. Autokorelačná funkcia signálu vyjadruje mieru podobnosti signálu so sebou samým pre rôzne posuny v čase. Podľa toho, ako rýchlo klesá závislosť autokorelačnej funkcie od časového posunu rozoznávame systémy s krátkou pamäťou (rýchly pokles) a s dlhou pamäťou (pomalý pokles) (*Carmona et al. 1998*). Extrémnym prípadom úplne náhodného systému s krátkou pamäťou je biely šum, kde normovaná autokorelačná funkcia je rovná 1 len pre

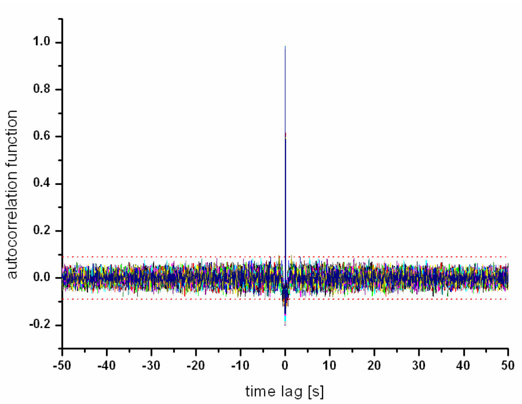


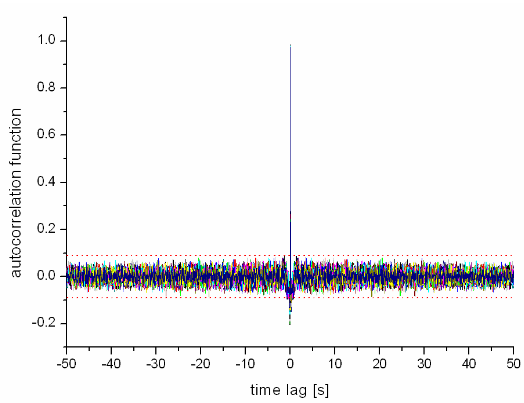
Obr. 33. Priestorová konfigurácia 844 prijímačov počas testu. Súradnice sú vyjadrené v mriežkových krokoch z konečno-diferenčného modelovania (1 krok zodpovedá 16 m). Číslami 1, 2, 3 a 4 sú označené rôzne profily prijímačov.

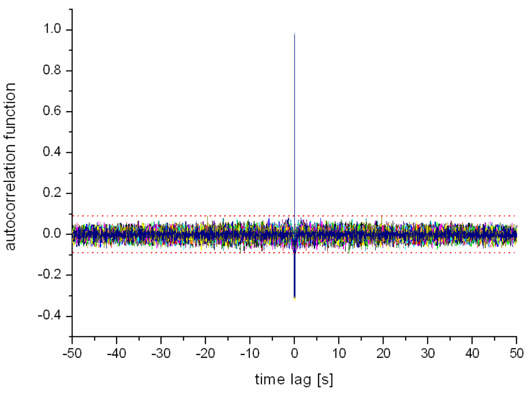


Obr. 34. Ukážka záznamu seizmického šumu vygenerovaného programovým súborom NOISE. a) reprezentácia signálu v časovej oblasti, b) reprezentácia signálu vo frekvenčnej oblasti – výkonové a fázové spektrum

nulový posun signálu, potom veľmi rýchlo klesá na malé hodnoty fluktuujúce okolo nuly. Pre biely šum je možné štatisticky určiť tzv. 95 % konfidenčný interval, v rámci ktorého sa nachádza 95% hodnôt autokorelačnej funkcie bieleho šumu. Za „nenulové“ možno potom považovať len hodnoty mimo tohto intervalu (*Carmona et al. 1998*). Pre Gaussovský biely šum je 95% konfidenčný interval ± 0.0899 (*GARCH toolbox for Matlab – documentation*). Autokorelačné funkcie boli vypočítané pre všetkých 844 prijímačov a výsledky vykazovali veľmi podobný charakter. Na Obr. 35 sú ukázané výsledky pre 33 prijímačov vybraných z rôznych častí modelu (ich pozície zodpovedajú priesečníkom zvislých a šikmých línií s kružnicami – Obr. 33). 95% konfidenčný interval pre biely šum je znázornený červenou bodkovanou čiarou. Vidíme, že namodelovaný šum pre vertikálnu aj pre horizontálne zložky pohybu naozaj predstavuje náhodný proces s veľmi krátkou pamäťou.



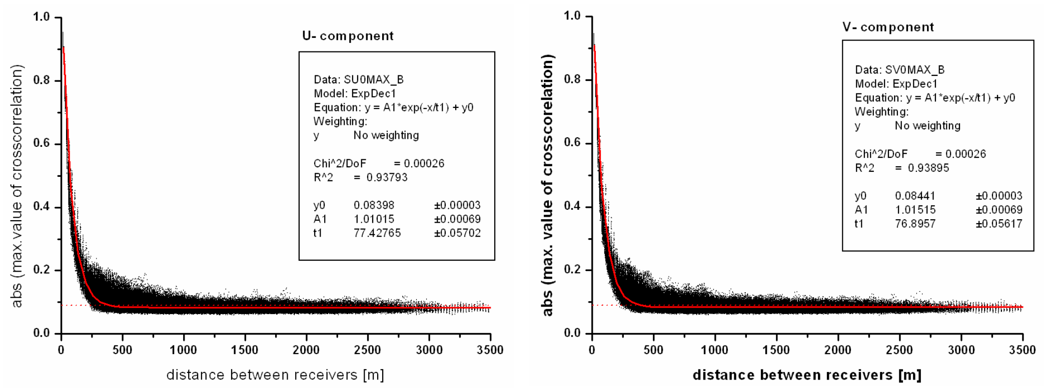


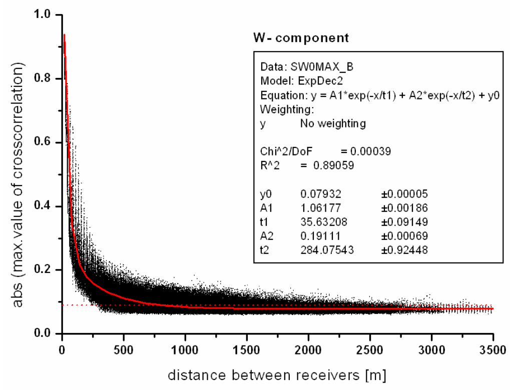


Obr. 35. Autokorelačné funkcie numericky simulovaného šumu pre 33 prijímačov z rôznych častí modelu pre horizontálne (U,V) a pre vertikálnu (W) zložku pohybu. 95 % konfidenčný interval pre autokorelačnú funkciu bieleho šumu je znázornený červenou bodkovanou čiarou

Ďalej sme analyzovali, nakoľko sú záznamy z rôznych prijímačov navzájom korelované. Preto sme vypočítali **kroskorelačné funkcie** medzi všetkými možnými dvojicami z 844 prijímačov. Pre vytvorenie približnej predstavy o celkovom charaktere výsledkov sme zvolili zobrazenie závislosti maximálnej hodnoty kroskorelácie od vzdialenosti medzi prijímačmi (Obr. 36). Ako možno vidieť, maximálne hodnoty kroskorelačnej funkcie exponenciálne klesajú s rastúcou vzdialenosťou medzi prijímačmi, až sa nakoniec ustália približne okolo úrovne

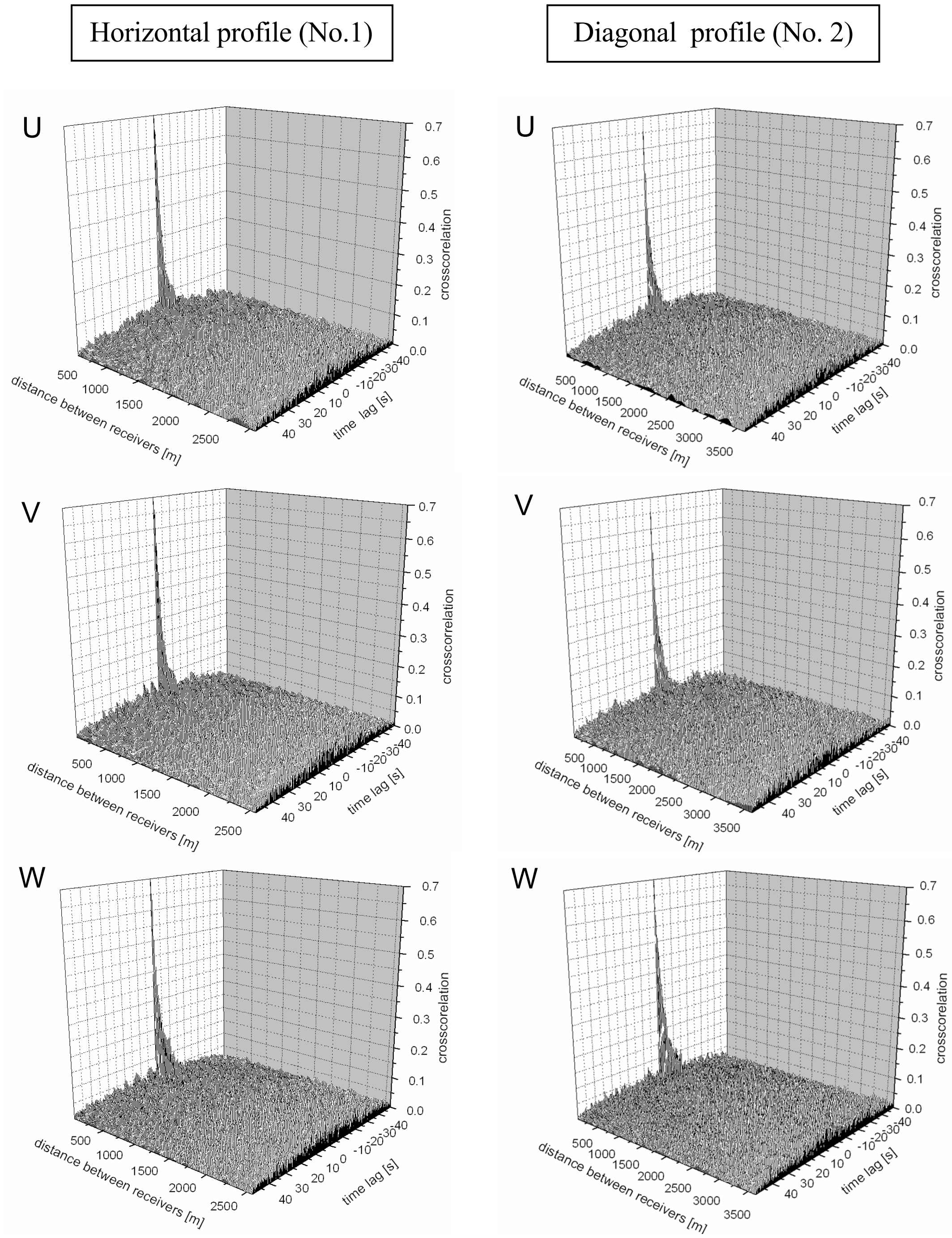
95% konfidenčného intervalu pre autokorelačnú funkciu bieleho šumu. Na túto úroveň sa dostávajú približne od vzdialenosti 500 m, čo zodpovedá cca 31 sieťovým krokom v konečno-diferenčnom modelovaní.





Obr. 36. Závislosť maximálnej hodnoty kroskorelácie od vzdialenosti medzi prijímačmi pre horizontálne (U,V) a pre vertikálnu (W) zložku pohybu. Hrubé červené čiary sú exponenciálnym fitom zobrazených údajov. 95% konfidenčný interval pre autokorelačnú funkciu bieleho šumu je opäť znázornený červenou bodkovanou čiarou.

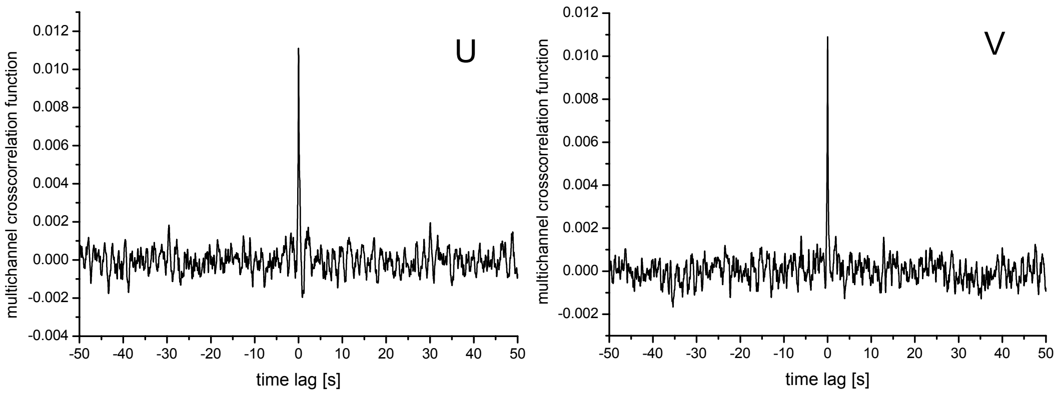
Pre získanie podrobnejších informácií sme zobrazili kroskorelačné funkcie pre dvojice prijímačov pozdĺž zvolených profilov v závislosti od vzdialenosti medzi nimi (Obr. 37). Takéto zobrazenie umožňuje okrem iného zistiť, či vygenerovaný šum je nezávislý od smeru v rámci modelu. V Obr. 37 na výsledkoch pre horizontálny (č. 1) a šikmý zľava dole (č. 2) profil prijímačov vidíme, že charakter grafov je vo všetkých prípadoch veľmi podobný a teda nezávislý od analyzovanej zložky pohybu a od zvoleného profilu prijímačov. Veľmi podobné výsledky tohto typu analýzy boli získané aj pre ďalšie profily prijímačov: vertikálny (č. 3) a šikmý sprava dole (č. 4). Priebeh kroskorelačných funkcií nezávisel od pozície dvojice prijímačov v rámci profilu, len od ich vzájomnej vzdialenosti. Na základe Obr. 37 môžeme konštatovať, že s výnimkou blízko seba umiestnených prijímačov sú hodnoty korelácie nízke a nevykazujú žiadne výrazné maximá pre nejaké špecifické hodnoty časového posunu. Pre blízko umiestnené prijímače kroskorelačná funkcia vykazuje výrazné maximum, ktoré však s rastúcou vzdialenosťou rýchlo exponenciálne klesá. Tieto maximá zodpovedajú nulovému vzájomnému posunu analyzovaných časových radov, pre ostatné posuny sú hodnoty kroskorelačnej funkcie nízke. Maximá pre navzájom blízke prijímače sú spôsobené tým, že čím je

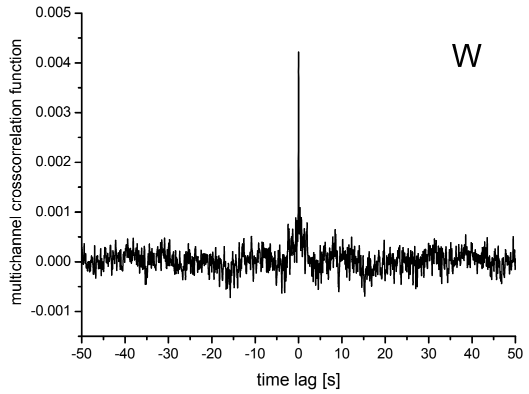


Obr. 37 Závislosť absolútnych hodnôt kroskorelačnej funkcie od vzdialenosti medzi prijímačmi pozdĺž dvoch profilov: horizontálneho (č. 1) a šikmého zľava dole (č. 2). Zobrazené sú výsledky pre všetky tri zložky pohybu U, V, W. Pre polohu prijímačov pozri Obr. 33.

menšia vzdialenosť medzi prijímačmi, tým viac tých istých zdrojov šumu prispieva k výslednému signálu. S rastúcou vzdialenosťou pribúdajú zdroje prispievajúce k signálu len pre jeden z dvojice prijímačov a tak hodnota maxima rýchlo klesá a od vzdialenosti asi 250-500 m sú už všetky hodnoty kroskorelačnej funkcie nízke. Takýto výsledok teda nie je numerickým artefaktom, ale prirodzeným dôsledkom generovania šumu ako sumy príspevkov mnohých rôznych zdrojov vĺn.

Pre aplikácie využívajúcich hľadanie spoločných čŕt medzi niekoľkými signálmi súčasne boli vyvinuté aj tzv. **mnohokanálové (multichannel) kroskorelačné funkcie**. Podrobné definície možno nájsť v *Neidel a Taner* (1971). Na Obr. 38 je ukážka mnohokanálových kroskorelačných funkcií vypočítaných zo všetkých 844 prijímačov pre všetky tri zložky pohybu. Na grafoch síce vidno pík pre nulový časový posun, jeho hodnota je však nízka. Ako bolo diskutované vyššie, tento pík je spôsobený príspevkom od dvojíc prijímačov umiestnených blízko seba. Vidíme, že ostatné hodnoty sú veľmi nízke, teda môžeme povedať že v časovej oblasti sú numericky simulované šumové signály z prijímačov umiestnených v rôznych častiach modelu celkovo vzájomne nekorelované. To znamená, že v časovej oblasti neexistuje spoločná črta signálu, ktorá by bola prítomná v signáloch zo všetkých prijímačov.





Obr. 38. Mnohokanálová kroskorelačná funkcia vypočítaná pre horizontálne (U,V) a pre vertikálnu (W) zložku pohybu zo všetkých 844 prijímačov

3.6.3 Analýza vlastností seizmického šumu vo frekvenčnej oblasti

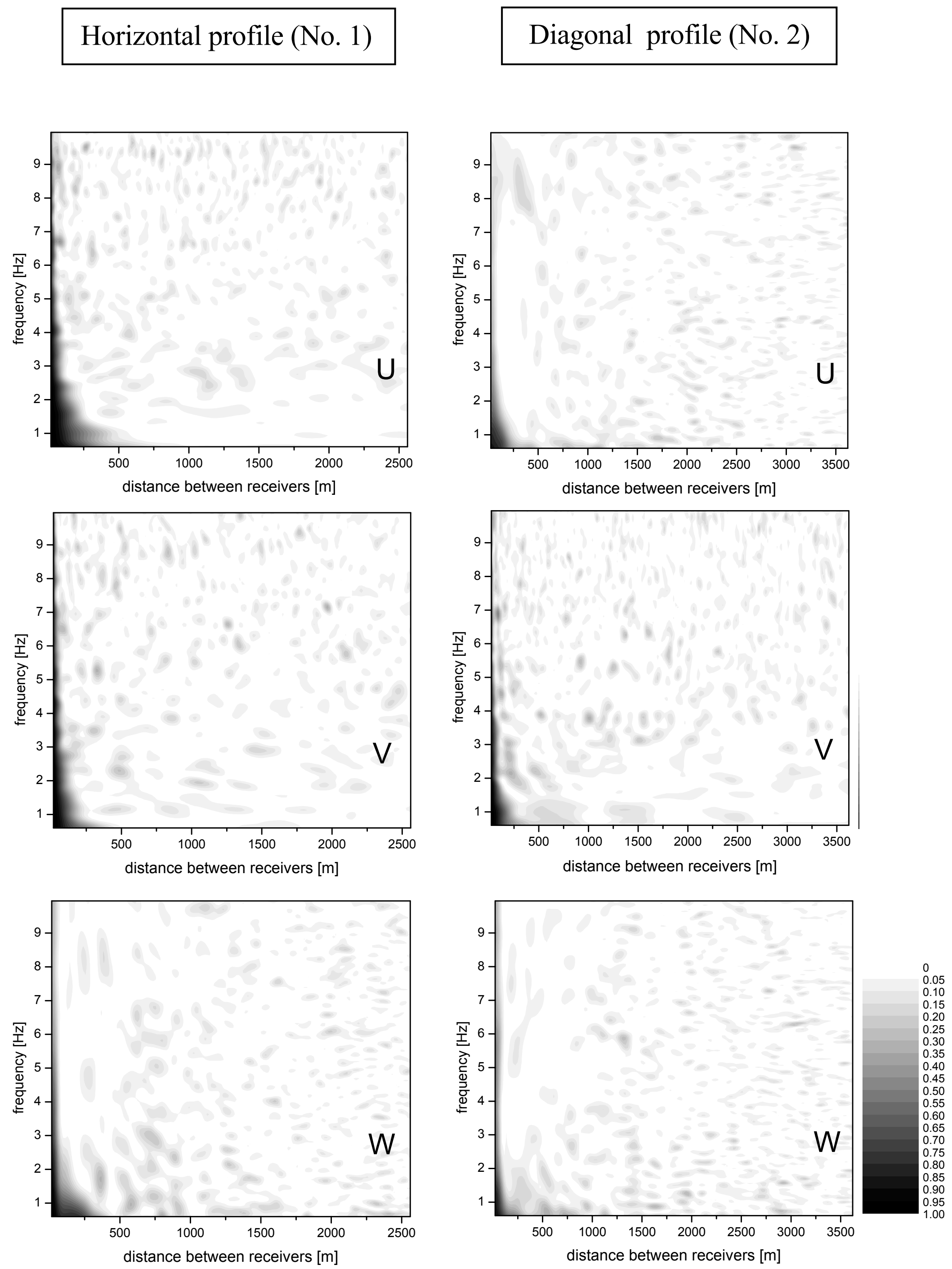
Vo frekvenčnej oblasti je analogickou kvantitatívnou mierou vzájomnej podobnosti signálov funkcia koherencie, ktorá vyjadruje mieru podobnosti signálu vzhľadom k jeho frekvenčnému obsahu. Koherenciu sme určovali metódou popísanou v *Bendat a Piersol (1980)* alebo v *Signal processing toolbox for Matlab (documentation)*. Výpočet spočíva v rozdelení vstupných signálov na n_d častí, pričom celková dĺžka signálu $T_{all} = n_d T$, kde T je dĺžka jedného segmentu. Odhad vzájomnej spektrálnej hustoty $\hat{G}_{xy}(f)$ vstupných signálov *x(t)* a *y(t)* sa určuje nasledovne

$$\hat{G}_{xy}(f) = \frac{2}{n_d T} \sum_{k=1}^{n_d} X_k^*(f,T)\; Y_k(f,T) \;,$$

kde $X_k(f,T)$ a $Y_k(f,T)$ sú Fourierove obrazy vstupných signálov $x_k(t)$ a $y_k(t)$. Hviezdička označuje operáciu komplexného združenia. **Funkcia koherencie** sa potom počíta podľa vzťahu

$$\hat{\gamma}_{xy}^2(f) = \frac{\left|\hat{G}_{xy}(f)\right|^2}{\hat{G}_{xx}(f)\;\hat{G}_{yy}(f)} \,.$$

Maximálne rozlíšenie vo frekvencii je dané ako $\triangle f = 1/T$, teda závisí od dĺžky jedného segmentu, nie od celkovej dĺžky vstupného signálu (*Bendat a Piersol 1980*). V našich výpočtoch bola dĺžka segmentu $T = 3.9936\,s$ a teda maximálne rozlíšenie vo frekvencii približne 0.25 Hz. Jednotlivé numericky simulované seizmogramy sme rozdelili na n_d = 16 častí. Výsledky zobrazujúce závislosť funkcie koherencie od vzdialenosti medzi prijímačmi pozdĺž dvoch rôznych profilov sú na Obr. 39. Vidíme, že funkcia koherencie nadobúda významné hodnoty v celom frekvenčnom intervale len pre veľmi blízke prijímače (vzdialenosť zodpovedajúca len niekoľkým sieťovým krokom FD modelovania). So zvyšujúcou sa vzdialenosťou koherentnosť signálu rýchlo klesá a obmedzuje sa na čoraz nižšie frekvencie. Je to logické, pretože nižšie frekvencie zodpovedajú väčšej vlnovej dĺžke a teda vlnám s dosahom do väčšej vzdialenosti. Od vzdialenosti približne 250 až 500 m (cca 15 až 31 sieťových krokov) už môžeme v celom intervale frekvencií pozorovať len malé rozptýlené píky, ktoré nevykazujú žiadnu dominantnú závislosť od frekvencie alebo vzdialenosti, t.j. nemožno špecifikovať frekvencie pre ktoré by bol signál výraznejšie koherentný. Pre šikmý profil zľava dole (č. 2) sú tieto vzdialenosti dokonca ešte menšie. Charakter výsledkov je približne rovnaký pre všetky 3 zložky seizmického pohybu. Len U zložka pre horizontálny profil vykazuje mierne vyššiu koherenciu pre vzdialenosť menej ako 500 m.



Obr. 39 Závislosť koherencie numericky simulovaného šumu od vzdialenosti medzi prijímačmi pre dva profily prijímačov: horizontálny (č. 1) a šikmý zľava dole (č. 2). Pre konkrétnu vzdialenosť a frekvenciu je funkcia koherencie, nadobúdajúca hodnoty v intervale $\langle 0,1 \rangle$, vyjadrená pomocou farebnej škály od bielej (najmenšie hodnoty) po čiernu (najväčšie hodnoty).

3.6.4 Analýza vlastností seizmického šumu v časovo-frekvenčnej oblasti

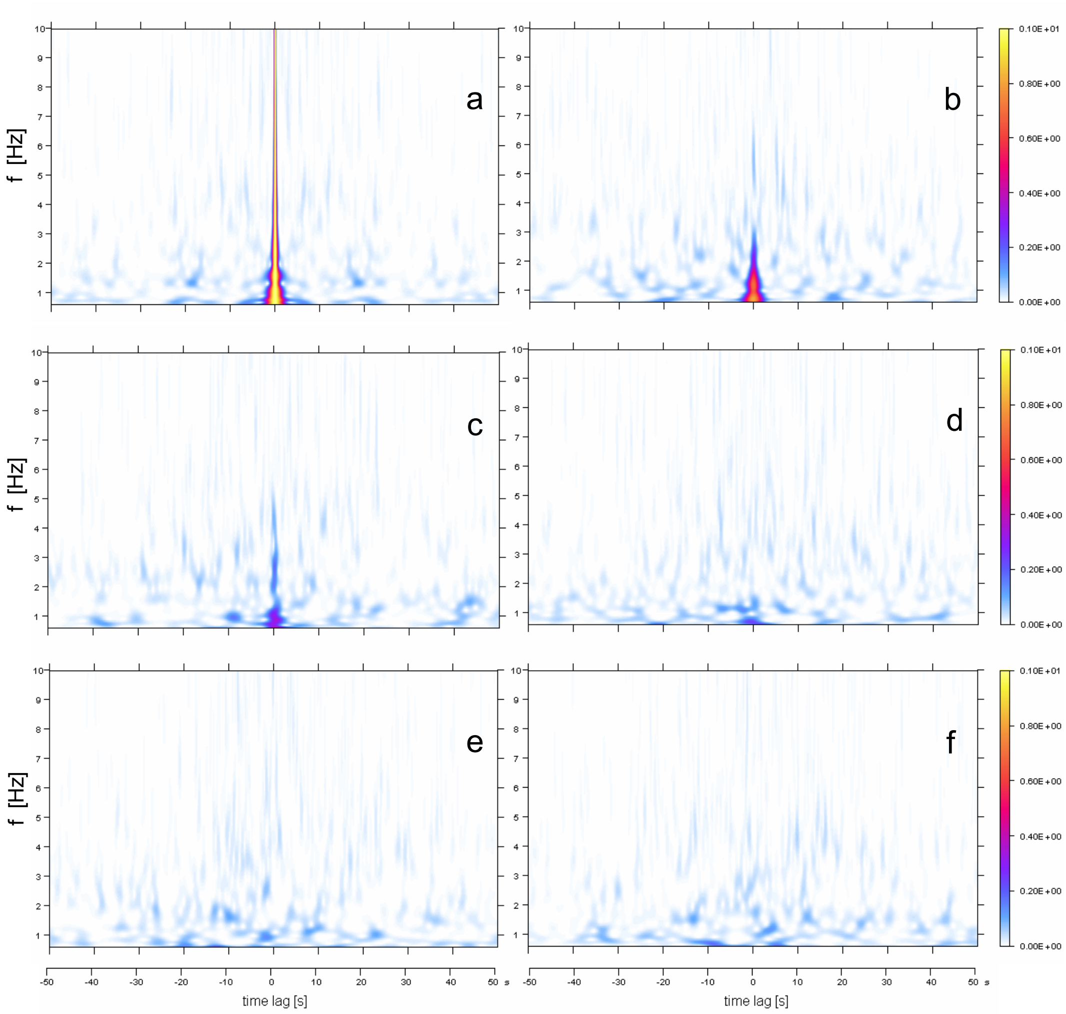
Doteraz sme skúmali vlastnosti numericky simulovaného šumu pomocou tradičných prostriedkov osobitne buď v časovej alebo frekvenčnej oblasti. Časovo frekvenčná analýza umožňuje integrovať tieto dva pohľady do jedného a pre konkrétnu dvojicu prijímačov vidieť detailnejšie, pre aké časové posuny a na ktorých frekvenciách sú si testované signály podobné, teda skúmať koreláciu medzi rôznymi časťami rôznych signálov. Kroskorelácia v časovo-frekvenčnej oblasti môže byť definovaná, napr. pomocou CWT, nasledovne *(Buresti et al. 2004)*. Ak $CWT\{x\}_{(a,b)}$ a $CWT\{y\}_{(a,b)}$ sú komplexné spojité wavelet transformácie (10) dvoch signálov $x(t)$ a $y(t)$, ich **wavelet kros-škálogram** je definovaný ako

$$CWT\{xy\}_{(a,b)} = CWT^{*}\{x\}_{(a,b)}\, CWT\{y\}_{(a,b)} .$$

Možno ukázať (*Buresti et al. 2004*), že reálna časť kros-škálogramu, tzv. **ko-škálogram** $CoCWT\{xy\}_{(a,b)}$, dáva okamžité (v zmysle: časovo-lokálne) príspevky každej škály (t.j. aj frekvencie) ku korelácii medzi dvomi signálmi. **Lokálny korelačný wavelet koeficient** $WLCC\{xy\}_{(a,b)}$ môže byť potom definovaný nasledovne

$$WLCC\{xy\}_{(a,b)} = \frac{CoCWT\{xy\}_{(a,b)}}{\left|CWT\{x\}_{(a,b)}\right|\left|CWT\{y\}_{(a,b)}\right|} .$$

$WLCC\{xy\}_{(a,b)}$ nadobúda hodnoty medzi -1. a +1. V našich výsledkoch sme ako **časovo-frekvenčnú koreláciu** zobrazili $\left|WLCC\{xy\}_{(a,b)}\right|^2$, ktoré nadobúda hodnoty od 0 po +1. V prípade výpočtu **časovo-frekvenčnej autokorelácie** v hore uvedených vzťahoch dosadíme $x(t) = y(t)$. Na Obr. 40 je typická časovo-frekvenčná autokorelácia šumu numericky simulovaného súborom programov NOISE a časovo-frekvenčné kroskorelácie pre dvojice prijímačov rôzne od seba vzdialených. Výsledky boli získané použitím CWT s Morletovým waveletom ($\omega_0 = 6$). Časovo-frekvenčná autokorelácia ukazuje, že numericky simulovaný šum sa správa ako náhodný proces s veľmi krátkou pamäťou pre naozaj všetky frekvencie. Na časovo-frekvenčnej kroskorelácii pre numericky simulovaný šum z prijímačov vzdialených od seba 113.14 m, 248.9 m a veľmi slabo aj pre vzdialenosť 497.8 m môžeme vidieť pozostatok píku pre nulové posunutie v čase. Amplitúda tohto píku rýchlo klesá s rastúcou vzdialenosťou a už sme jeho pôvod diskutovali v prípade bežnej kroskorelačnej funkcie počítanej v časovej oblasti. Časovo-frekvenčná kroskorelácia ukazuje, že k amplitúde tohto píku prispievajú najmä nízkofrekvenčné časti šumového signálu. Podobne, ako vo výsledkoch pre koherenciu, s rastúcou vzdialenosťou sa významné amplitúdy tohto píku pre nulový časový posun obmedzujú na čoraz nižšie frekvencie. V prípade prijímačov vo vzdialenosti 113.14 m má tento pík amplitúdu väčšiu ako iné píky len pre frekvencie do 3 Hz. V prípade prijímačov vo vzdialenosti 248.9 m už len pre frekvencie do 1 Hz. Pre frekvencie nad 5 Hz je už tento pík neidentifikovateľný. Pre väčšie vzdialenosti medzi prijímačmi (nad 500 m) je celkový charakter časovo-frekvenčnej závislosti kroskorelácie veľmi podobný (Obr. 40 c), d), e), f)) bez amplitúdovo význačných píkov. S výnimkou píku pre nulový časový posun má takýto charakter aj časovo-frekvenčná kroskorelácia pre menšie vzdialenosti 248.9 m a 113.14 m.



Obr. 40 a) Časovo-frekvenčná autokorelácia U zložky numericky simulovaného šumu v prijímači č.1, získaná pomocou CWT ($\left| WLCC\{xx\}_{(a,b)} \right|^2$)

b – f) Časovo-frekvenčné kroskorelácie U zložky simulovaného šumu, získané pomocou CWT ($\left| WLCC\{xy\}_{(a,b)} \right|^2$) pre prijímače vzdialené od seba:

b) 113.14 m, c) 248.9 m, d) 497.8 m, e) 1199.25 m, f) 3507.25 m

3.6.5 Zhodnotenie

Výsledky získané rôznymi metódami sú konzistentné a vlastnosti numericky simulovaného šumu sú veľmi podobné pre rôzne zložky seizmického pohybu (U, V, W) ako aj pozdĺž rôznych profilov prijímačov. Seizmický šum numericky simulovaný programovým súborom NOISE predstavuje pre všetky frekvencie v záujmovom intervale náhodný proces s veľmi krátkou pamäťou. Numericky simulovaný šum je v časovej oblasti korelovaný len pre blízke prijímače a pre nulový časový posun, pričom hodnota maximálnej kroskorelácie rýchlo (exponenciálne) klesá s rastúcou vzdialenosťou medzi prijímačmi. Existencia takejto korelácie medzi blízkymi prijímačmi môže byť vysvetlená povahou seizmického šumu (suma príspevkov rôznych seizmických vĺn od rôznych zdrojov) a nie je teda numerickým artefaktom. Od vzdialenosti asi 250-500 m prestáva byť táto korelácia identifikovateľná a kroskorelácia šumu má veľmi podobný charakter bez ohľadu na vzdialenosť. Vo frekvenčnej oblasti sú hodnoty koherencie v záujmovom intervale frekvencií (0.6, 10) Hz vyššie opäť len pre blízke prijímače, pričom s rastúcou vzdialenosťou sa koherentnosť signálu obmedzuje na čoraz nižšie frekvencie. Počínajúc vzdialenosťou medzi prijímačmi 250-500 m je koherencia šumu veľmi nízka a viac nezávisí od vzdialenosti. Časovo-frekvenčná kroskorelácia naviac ukázala, že k píku kroskorelácie pre nulový posun signálu prispieva najmä nízko frekvenčná časť šumu.

Časovo-frekvenčná analýza umožnila získať dodatočné podrobnejšie informácie, ktoré nebolo možné získať pri analýze separátne v časovej alebo frekvenčnej oblasti. V prípade „nešumových“ vstupných signálov, koherentných len na niektorých frekvenciách a len v konkrétnych časoch, by časovo-frekvenčná kroskorelácia vykazovala výraznejšie píky pre zodpovedajúce frekvencie a časové posuny. Tým by umožnila identifikovať (časovo aj frekvenčne) konkrétne časti signálu, zodpovedné za zvýšené celkové hodnoty koherencie alebo kroskorelácie (počítané štandardným spôsobom osobitne v časovej a frekvenčnej oblasti). Toto môže byť obzvlášť užitočné v prípade korelačnej analýzy komplikovaných nestacionárnych signálov, meniacich svoje charakteristiky v závislosti od času.

3.7 Časovo-frekvenčná metóda výpočtu H/V pomeru

V tejto podkapitole budú prezentované ďalšie výsledky získané v rámci riešenia Úlohy C (časť b) projektu SESAME 5. Rámcového programu EÚ (Site Effects Assessment using Ambient Excitations, EVG1-CT-2000-00026). Prezentujeme nový spôsob výpočtu H/V pomeru s využitím časovo-frekvenčnej analýzy pomocou CWT. Na základe získaných výsledkov sme boli prizvaní aj k účasti na 6. rámcovom projekte EÚ NERIES.

Metóda H/V pomeru bola navrhnutá japonskými seizmológmi (*Nogoshi and Igarashi 1971; Shiono et al. 1979; Kobayashi 1980; Nakamura 1989*) a dostalo sa jej veľkej pozornosti najmä po Nakamurovom článku. Metóda bola navrhnutá s cieľom určiť charakteristiky lokálnych geologických podmienok na základe výpočtu podielu spektier horizontálnej a vertikálnej zložky seizmického šumu (H/V pomer). Avšak teoretické odôvodnenie a tiež obmedzenia použiteľnosti metódy nie sú doteraz dostatočne jasné. Neexistuje zhoda názorov na to, či k amplitúde píku krivky H/V pomeru prispievajú len objemové vlny, len povrchové vlny alebo obidve a či môže byť použitá na odhad zosilnenia seizmického pohybu. Časť autorov predpokladá, že pík krivky H/V pomeru súvisí aj s elipticitou Rayleighových vĺn (napr. *Lachet a Bard 1994; Fäh et al. 2001; Bonnefoy-Claudet et al. 2005*). Iní (*napr. Nakamura 2000*) priraďujú tento pík len k rezonancii S-vĺn. Ak by tvar krivky H/V pomeru bol kontrolovaný len rezonanciou S-vĺn, potom by frekvencia, na ktorej je pík krivky H/V pomeru a aj jeho amplitúda mohli byť použité na odhad rezonančnej frekvencie a zosilnenia. V prípade, že k píku prispieva elipticita povrchových vĺn, nemôže byť jeho amplitúda použitá na odhad zosilnenia.

Fäh et al. (*2001, 2003*) navrhli použitie TFA na preferenciu príspevku Rayleighových vĺn pre výpočet H/V pomeru. Časť takto získanej krivky H/V pomeru interpretovali ako časť krivky elipticity fundamentálneho módu Rayleighových vĺn. Z nájdených kriviek elipticity boli potom pomocou inverznej schémy vypočítané rýchlostné profily S-vĺn, charakteristické pre skúmané lokálne štruktúry.

V spolupráci s dr. Fähom (ETH Zürich) sme navrhli novú verziu TF metódy, ktorá dáva podstatne lepšie výsledky. Pôvodná TF metóda výpočtu H/V pomeru bola založená na WFT záznamov seizmického šumu. Seizmický šum však predstavuje komplikovaný signál, obsahujúci zmes rôznych typov seizmických vĺn s rôznymi frekvenciami. V takomto prípade je fixované časovo-frekvenčné rozlíšenie WFT nevýhodou. Preto sme v navrhovanej metóde použili CWT. Na analýzu sme použili modifikovaný Morletov wavelet, pretože bežne používané wavelety neposkytovali dobré výsledky. Naviac sme navrhli nový, agregačný, prístup na získanie výslednej závislosti H/V pomeru od frekvencie namiesto bežného výpočtu priemerných kriviek z výsledkov pre rôzne úseky dát.

3.7.1 Princíp metódy

Záznam šumu je rozdelený na časové okná preddefinovanej dĺžky, ktoré simulujú rôzne realizácie náhodného procesu. Dĺžka časového okna musí byť taká, aby sa v nej dostatočný počet krát vyskytovala aj najdlhšia perióda zo záujmového intervalu periód. Zároveň však musíme mať aj dostatočný počet realizácií, t.j. počet časových okien. Pre každé časové okno sa vypočíta krivka H/V pomeru. Výsledná krivka H/V pomeru je určený ako priemer kriviek H/V pomerov určených pre jednotlivé časové okná.

Pri bežnom spôsobe určovania H/V pomeru sa vypočíta pomer amplitúdového Fourierovho spektra výslednej horizontálnej zložky a vertikálnej zložky zvoleného časového okna záznamu seizmického šumu. Amplitúdové Fourierove spektrum výslednej horizontálnej zložky je určené ako odmocnina súčtu kvadrátov spektier oboch horizontálnych zložiek.

V navrhovanej časovo-frekvenčnej metóde sa pomocou CWT vypočítajú časovo-frekvenčné reprezentácie oboch horizontálnych a vertikálnej zložky zvoleného časového okna záznamu. Budeme ich označovať $|CWT_{NS}|$, $|CWT_{EW}|$ a $|CWT_V|$. Potom sa z TFR oboch horizontálnych zložiek $|CWT_{NS}|$ a $|CWT_{EW}|$ vypočíta výsledná reprezentácia horizontálnej zložky $|CWT_V|$,

$$|CWT_H| = \sqrt{CWT_{NS}^2 + CWT_{EW}^2} \ .$$

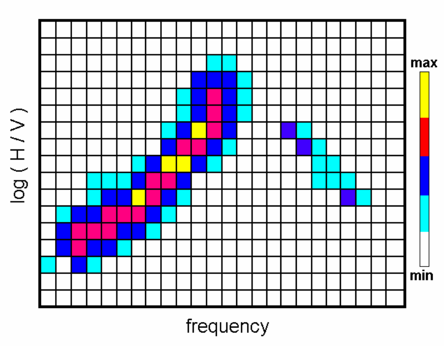
Aby sme pre výpočet H/V pomeru uprednostnili Rayleighove vlny a aspoň čiastočne ich separovali od Loveových (alebo SH vĺn), vychádzali sme z faktu, že energia Rayleighových vĺn je prítomná na vertikálnej zložke záznamu na rozdiel od Loveových vĺn (Výnimkou sú len frekvencie, kde elipticita Rayleighových vĺn ide k nekonečnu). Preto sme navrhli nasledujúci postup:

Pre každú zvolené frekvenciu f, v ktorej chcem spočítať H/V pomer je potrebné

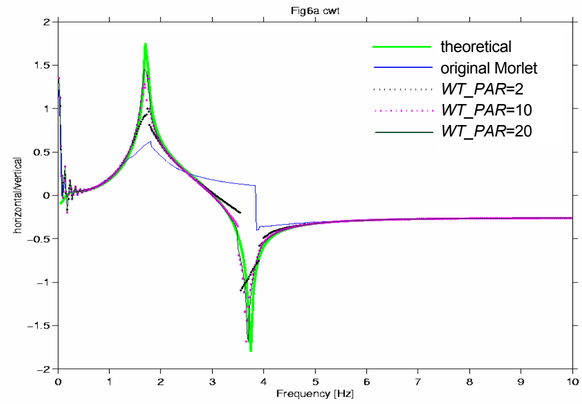
1. nájsť časovú pozíciu t_V a frekvenčnú pozíciu f_V maxima v $|CWT_V|$ a uložiť hodnotu tohto maxima do premennej V;
2. nájsť časovú pozíciu t_H zodpovedajúceho maxima v $|CWT_H|$, pričom musí platiť, že $t_H \in \left(t_V - \dfrac{1}{2f_V},\, t_V + \dfrac{1}{2f_V} \right)$, t.j. musí byť v rámci jednej periódy $1/f_V$ okolo t_V kvôli možnému fázovému posunu medzi vertikálnou a horizontálnou zložkou a uložiť hodnotu nájdeného maxima do premennej H;
3. Z hodnôt nájdených maxím vypočítať H/V pomer ako podiel premenných H/V.

Kroky 1-3 je možné opakovať pre niekoľko maxím a určiť tak niekoľko kriviek H/V pomerov pre zvolené časové okno záznamu. Použitie viacerých maxím umožňuje v niektorých prípadoch separovanie rôznych vĺn, tvoriacich záznam seizmického šumu.

Z výsledkov získaných pre jednotlivé časové okná môže byť vypočítaná priemerná krivka H/V pomeru. Ako bude vidno v ďalšej časti textu, v prípade časovo-frekvenčnej H/V analýzy záznamov seizmického šumu priemerovanie má za následok stratu informácie. Preto sme navrhli alternatívny spôsob na určenie H/V pomeru, ktorý je založený na agregácii hodnôt získaných pre všetky časové okná a pre všetky nájdené maximá. Agregáciu vykonávame v log(H/V)-frekvenčnej rovine, ktorej x-ovou súradnicou je frekvencia a y-ovou súradnicou je log(H/V). Log(H/V)-frekvenčná rovina je rozdelená na neprekrývajúce sa bunky veľkosti $\Delta f \times \Delta \log(H/V)$. Výsledky sú vykreslené vo farebnej škále, pričom farba konkrétnej bunky log(H/V)-frekvenčnej roviny zodpovedá počtu H/V pomerov, ktoré padli do danej bunky. Princíp je schematicky znázornený na Obr. 41. Takýto spôsob umožňuje identifikovať napr. krivky elipticity fundamentálneho a vyšších módov Rayleighových vĺn, pokiaľ sú tieto módy v signále prítomné s dostatočnou energiou a nie sú príliš kontaminované ďalšími zložkami šumu. Toto bežný spôsob výpočtu H/V pomocou spektrálnych pomerov neumožňuje a neumožňujú to ani predchádzajúce verzie časovo-frekvenčného výpočtu H/V (*Fäh et al. 2001, 2003*), používajúce WFT a počítanie priemerných kriviek.



Obr. 41 Princíp agregácie hodnôt H/V



Obr. 42 H/V vypočítané s originálnym a modifikovaným Morletovým waveletom

3.7.2 Modifikácia analyzujúceho waveletu

Pre časovo-frekvenčný výpočet H/V pomeru bežne používané wavelety neposkytovali dobré výsledky. Na Obr. 42 vidíme príklad kriviek H/V pomeru získaných pre veľmi jednoduchý testovací signál, v ktorom bol prítomný iba fundamentálny mód Rayleighových vĺn (na obrázku je teoretická krivka elipticity fundamentálneho módu vykreslená zelenou farbou). Modrá krivka bola získaná použitím Morletovho waveletu s $\omega_0 = 6$, pretože Morletov wavelet patrí k najpoužívanejším waveletom. Je to komplexný wavelet definovaný vzťahom $\psi(t) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 t} e^{-t^2/2}$, pričom musí platiť $\omega_0 \geq 5.3364$ (*Daubechies 1992*) aby bola splnená podmienka prípustnosti (11). Ako vidieť z Obr. 42, výsledok nie je uspokojivý. Preto sme navrhli modifikáciu Morletovho waveletu. Modifikácia

Morletovho waveletu bola urobená podobne ako v *Lardies a Gouttebroze (2002)*. Keďže sme použili CWT implementovanú vo frekvenčnej oblasti, navrhli sme vzťah pre spektrálnu reprezentáciu modifikovaného Morletovho waveletu (pre $\omega > 0$) nasledovne:

$$\hat{\psi}(\omega) = \pi^{-1/4} \exp\left\{-\left(a\omega-\omega_0\right)^2 WT\_PAR\right\},$$

kde parameter WT_PAR kontroluje šírku waveletu v spektrálnej oblasti. Čím je hodnota WT_PAR väčšia, tým užší je wavelet v spektrálnej oblasti. Pre pôvodný Morletov wavelet je $WT\_PAR = 1/2$. V našej analýze bola voľba $WT\_PAR = 10$ vyhovujúca vo väčšine prípadov. To znamená, že sme zvýšili frekvenčné rozlíšenie vo wavelet reprezentácii seizmického šumu. Vzhľadom na Heisenberg-Gaborov princíp neurčitosti to síce viedlo k zníženiu časového rozlíšenia, ale ukázalo sa, že pre časovo-frekvenčný spôsob výpočtu H/V pomeru seizmického šumu je frekvenčné rozlíšenie dôležitejšie. Výsledky získané pomocou modifikovaného Morletovho waveletu sú podstatne lepšie (Obr. 42).

3.7.3 Testy na numericky simulovanom seizmickom šume vypočítanom metódou sumácie módov

Testy na šumových signáloch, vypočítaných pomocou metódy sumácie módov, boli zvolené kvôli lepšej kontrole nad obsahom šumového signálu. Testy boli vykonané pre niekoľko kanonických modelov a konfigurácií zdrojov šumu (zdroje z jedného smeru, zdroje naokolo, zdroje vo vrchnej vrstve, zdroje pod vrstvou). Začali sme od najjednoduchších signálov, obsahujúcich len fundamentálny mód Rayleighových vĺn, potom s prvými piatimi módmi alebo všetkými módmi Rayleighových vĺn, alebo boli pridané SH vlny.

Výsledky získané pomocou wavelet metódy a s agregačným prístupom boli porovnávané s výsledkami, získanými použitím wavelet metódy a s výpočtom priemerných kriviek a tiež s výsledkami získanými pomocou štandardného spôsobu výpočtu H/V (ako spektrálneho pomeru). Na porovnanie sme zobrazili teoretické krivky elipticity Rayleighových vĺn a aj prenosové funkcie pre dopadajúcu rovinnú S vlnu.

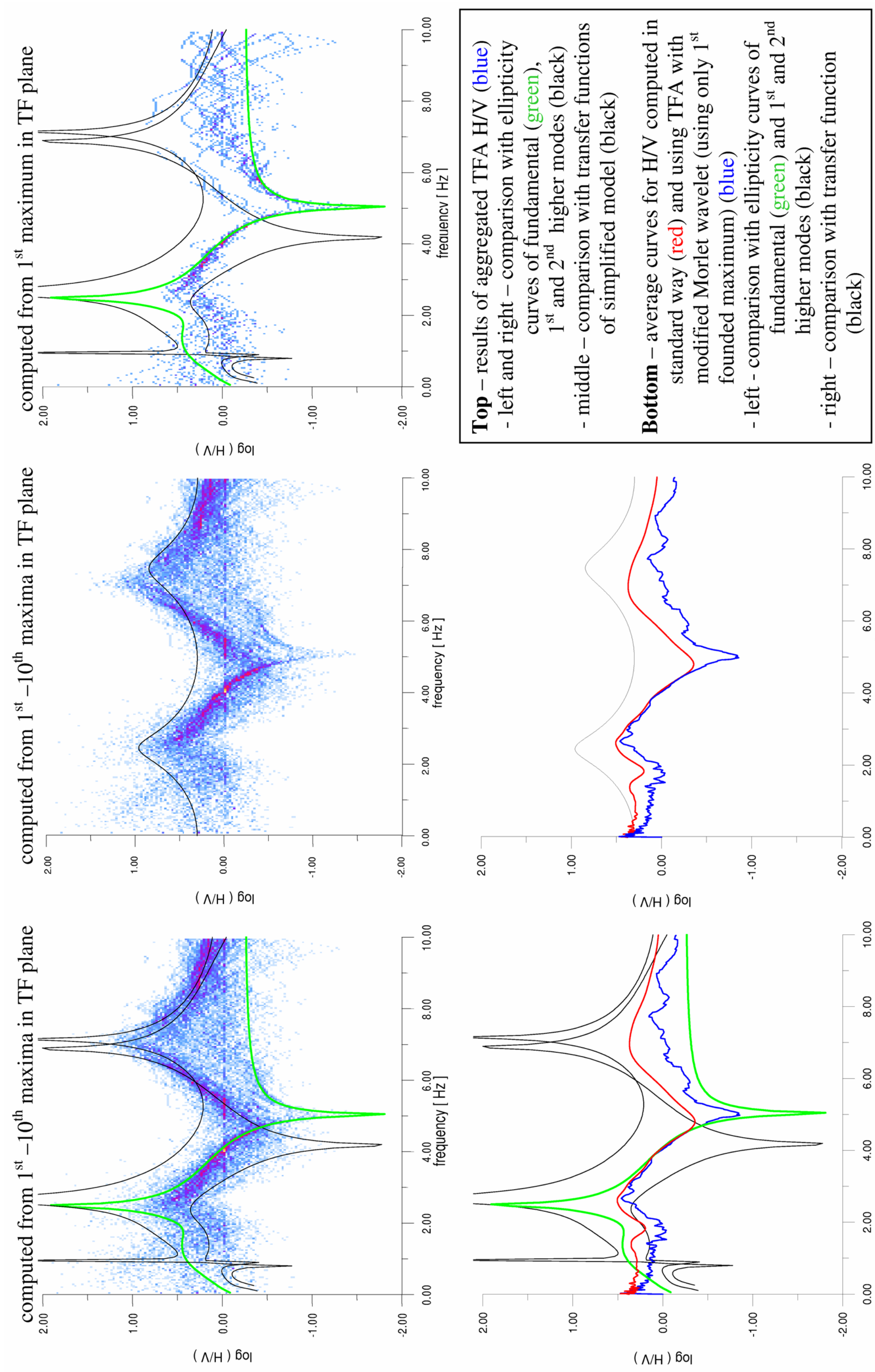
Vo väčšine testovaných prípadov wavelet metóda s priemernými krivkami poskytovala lepšie výsledky ako štandardný spôsob výpočtu priemerných kriviek H/V. Výsledky wavelet metódy s agregačným prístupom boli lepšie ako u oboch predchádzajúcich metód. Len vo veľmi jednoduchých prípadoch (napríklad, ak bol v signále prítomný iba jeden mód Rayleighových vĺn) bol štandardný spôsob výpočtu H/V ekvivalentný použitiu wavelet metódy.

V ďalšom texte ukážeme najzaujímavejšie z výsledkov. Na Obr. 43 je uvedený príklad analýzy šumového signálu so všetkými módmi Rayleighových vĺn pre model vrstvy na polpriestore. Môžeme vidieť, že obe priemerné krivky (pre štandardnú a wavelet metódu) dobre indikujú frekvenčnú pozíciu maxima fundamentálneho módu Rayleighových vĺn. Tvar pravej strany píku krivky elipticity a pozícia minima fundamentálneho módu sú však lepšie reprezentované priemernou krivkou z wavelet metódy. Najlepšie výsledky sú získané wavelet metódou s agregačným prístupom. Tvar kriviek elipticity pre fundamentálny aj vyššie módy môže byť jasne identifikovaný vo výsledkoch vypočítaných z prvých desiatich maxím v TFR signálu. Ak vo výpočte použijeme len prvé nájdené maximum v TFR signálu (pravý graf v hornom riadku), fundamentálny mód je pekne odseparovaný. Použitím takéhoto agregačného prístupu môžu byť analogicky odseparované aj vyššie módy.

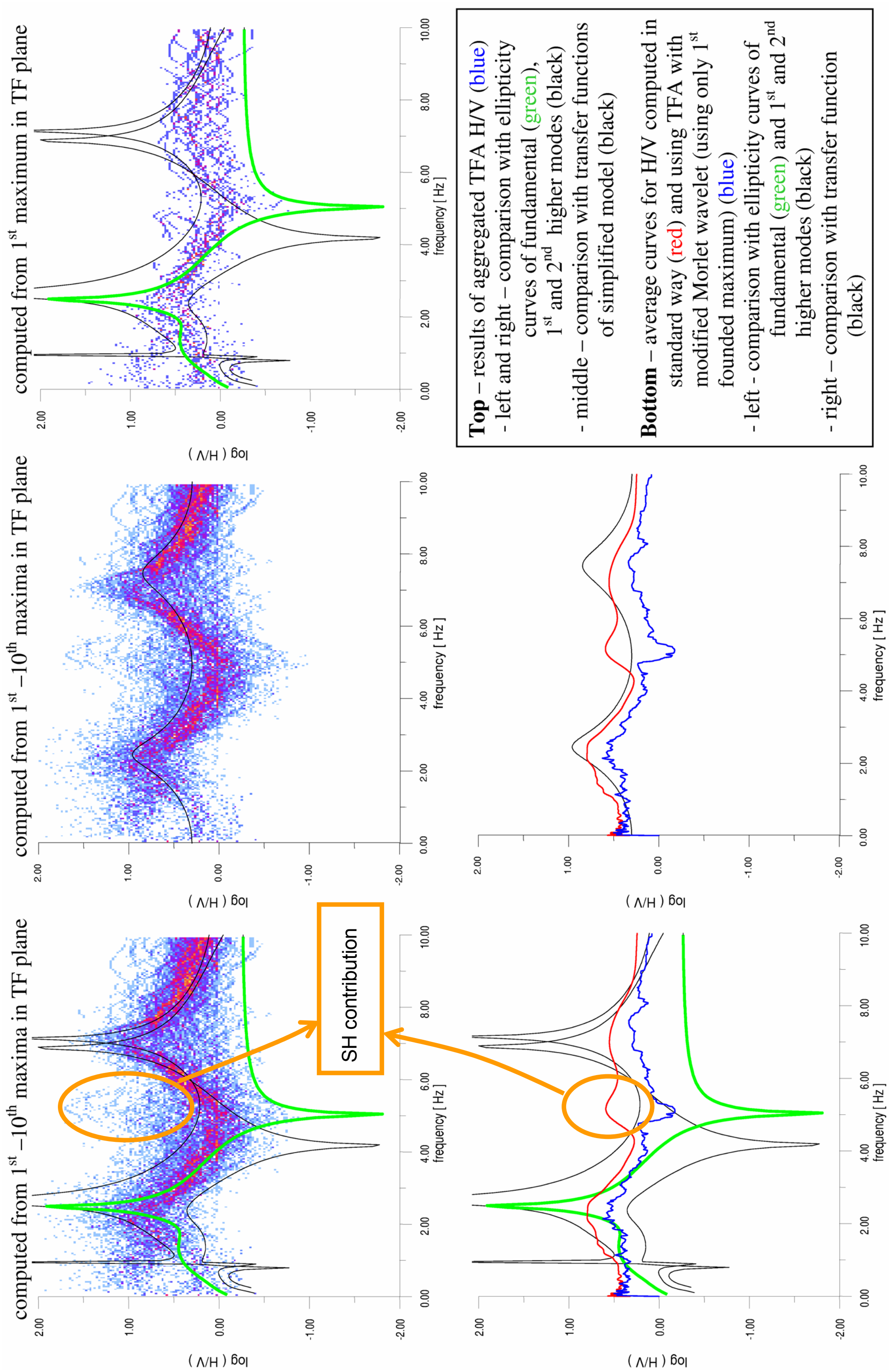
Na Obr. 44 vidíme výsledky pre ten istý signál, ale s pridanými SH vlnami. Jasne vidno, že priemerná H/V krivka počítaná štandardným spôsobom je silne ovplyvnená prítomnosťou SH vĺn. V mieste minima krivky elipticity vykazuje dokonca pík. Prítomnosť SH vĺn čiastočne deformuje aj priemernú wavelet H/V krivku, ale výsledok je lepší ako v predchádzajúcom spôsobe výpočtu. Priemerné krivky sú posunuté smerom k vyšším hodnotám H/V v porovnaní s Obr. 43. Z troch testovaných spôsobov výpočtu H/V sú výsledky opäť najlepšie pre wavelet metódu s agregačným prístupom. Príspevok SH vĺn je v obrázku vyznačený oválmi (pre porovnanie pozri tiež Obr. 43). Agregačné grafy čiastočne zodpovedajú tvaru kriviek elipticity a tiež čiastočne tvaru transfer funkcie pre S vlny. Výsledky teda poukazujú na kombináciu vplyvu aj Rayleighových aj S vĺn na výsledný tvar krivky H/V.

3.7.4 Testy na numericky simulovanom seizmickom šume vypočítanom metódami 3D modelovania

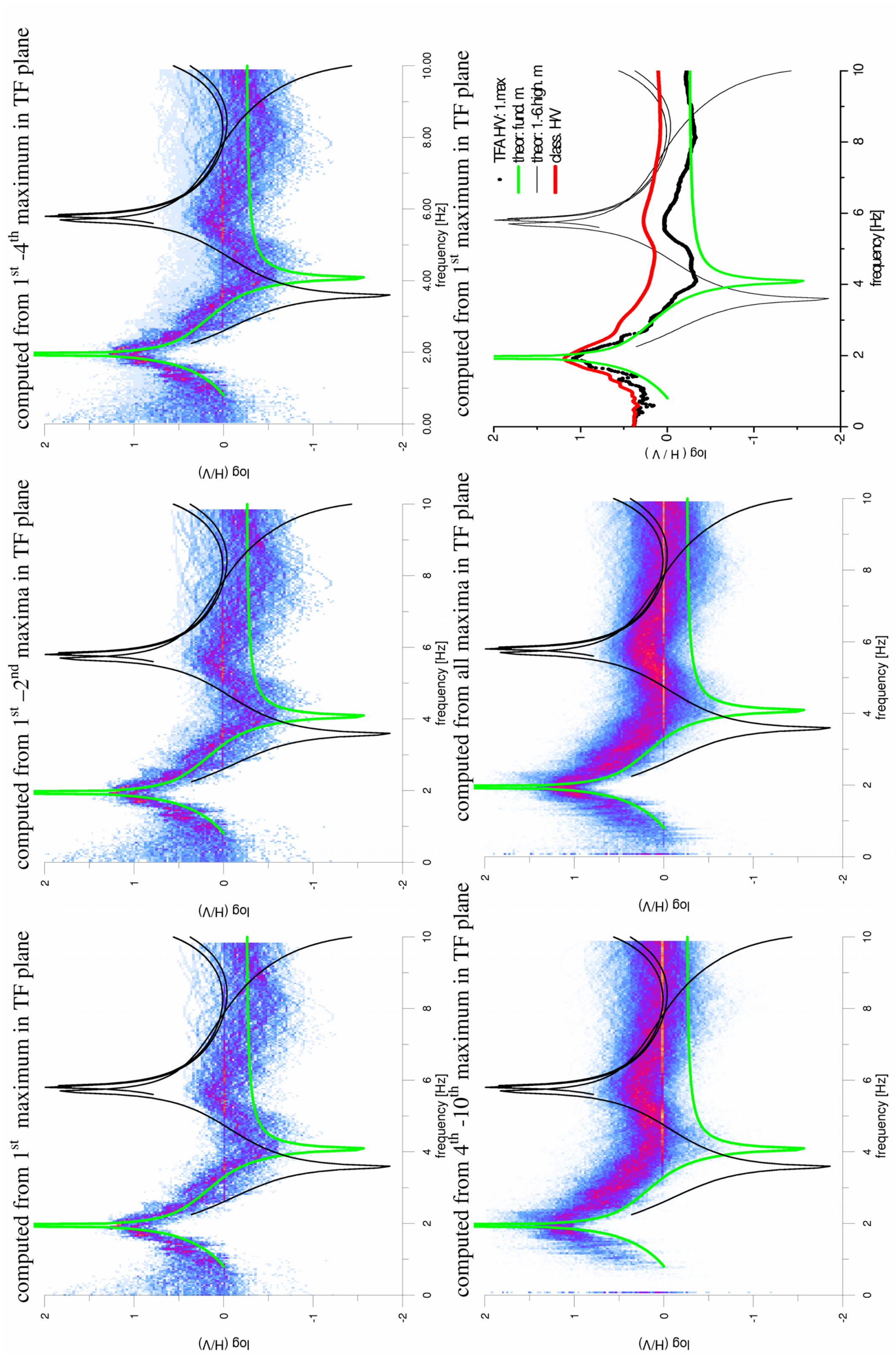
S cieľom viac sa priblížiť k situácii s reálnymi údajmi z meraní seizmického šumu boli ďalšie testy vykonané na numericky simulovanom šume, produkovanom pokročilými metódami 3D modelovania (dáta prevzaté z práce *Bonnefoy-Claudet et al.* (*2005*)). Testy boli opäť vykonané pre niekoľko kanonických modelov a konfigurácií zdrojov. Navyše voči predchádzajúcej sérii testov sme skúmali aj vplyv vzdialenosti zdrojov šumu. Najkomplikovanejším prípadom z testovaných je prípad s veľmi blízkymi zdrojmi, pretože rôzne seizmické vlny prichádzajú takmer v tom istom čase a teda nie sú dostatočne separované v časovej oblasti. Pre možnosť porovnania opäť uvádzame výsledky analýzy signálu s veľmi blízkymi zdrojmi šumu pre model vrstvy na priestore, veľmi podobný k tomu z predchádzajúcej série testov (Obr. 45). Vidíme, že priemerná krivka H/V určená wavelet metódou lepšie vystihuje tvar krivky elipticity fundamentálneho módu Rayleighových vĺn. Priemerná krivka H/V počítaná štandardným spôsobom indikuje správne len pozíciu prvého píku nie však tvar, navyše je posunutá smerom k vyšším hodnotám. Druhý pík sa tvarovo podobá na prenosovú funkciu pre dopad rovinnej S vlny. Indikuje to, že vo frekvenčnom páse okolo druhého píku sú pravdepodobne dominantné objemové vlny, čo je v súlade s výsledkami práce *Bonnefoy-Claudet et al.* (*2005*). Ak vo wavelet metóde použijeme najviac prvé 4 najvýraznejšie maximá v TFR, po takejto separácii výsledky agregačného prístupu pekne fitujú tvar maxima krivky elipticity fundamentálneho módu. Ak však



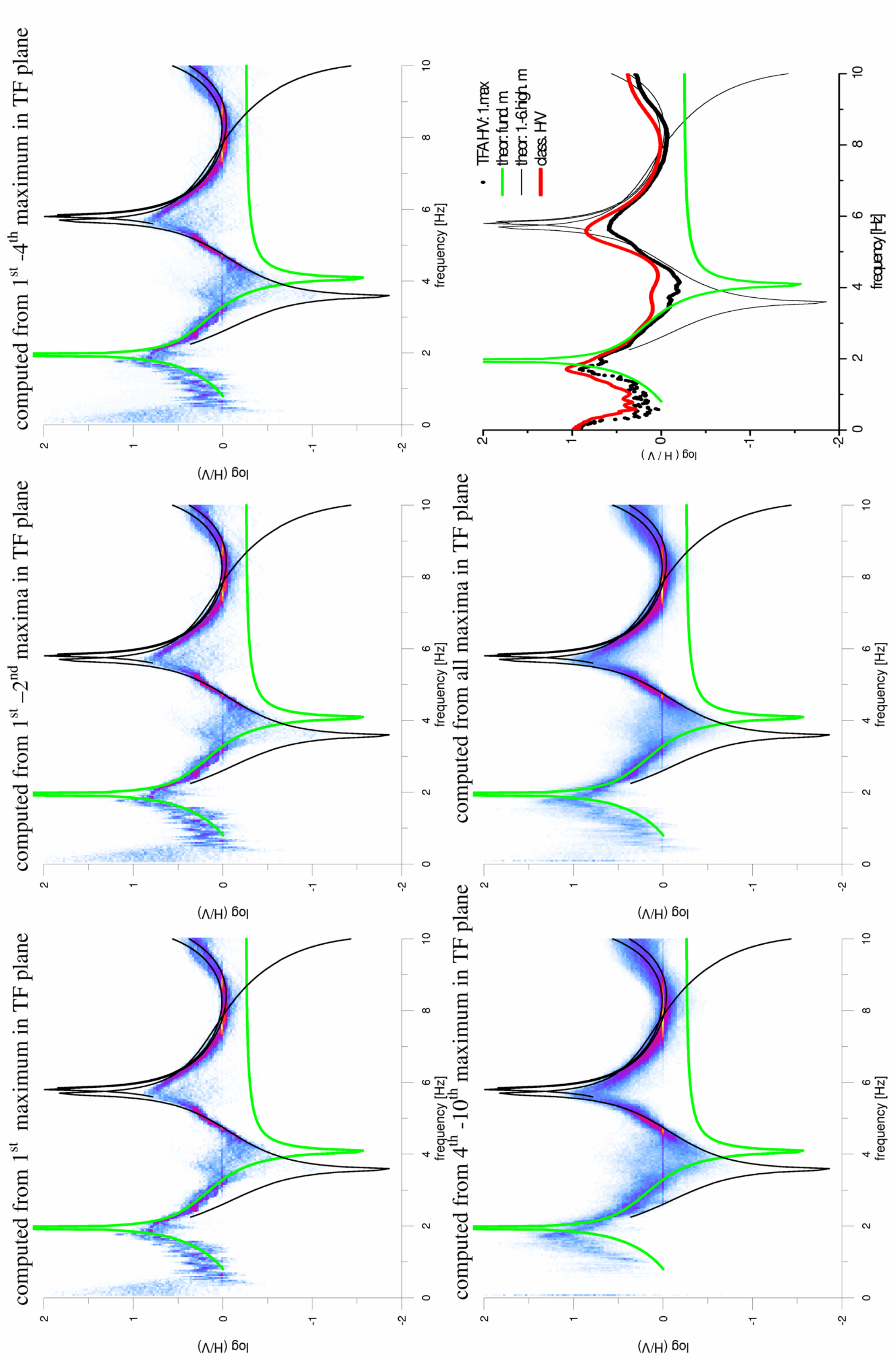
Obr. 43 H/V pomery pre signál obsahujúci len módy Rayleighových vĺn



Obr. 44 H/V pomery pre signál obsahujúci všetky módy Rayleighových vĺn a SH vlny

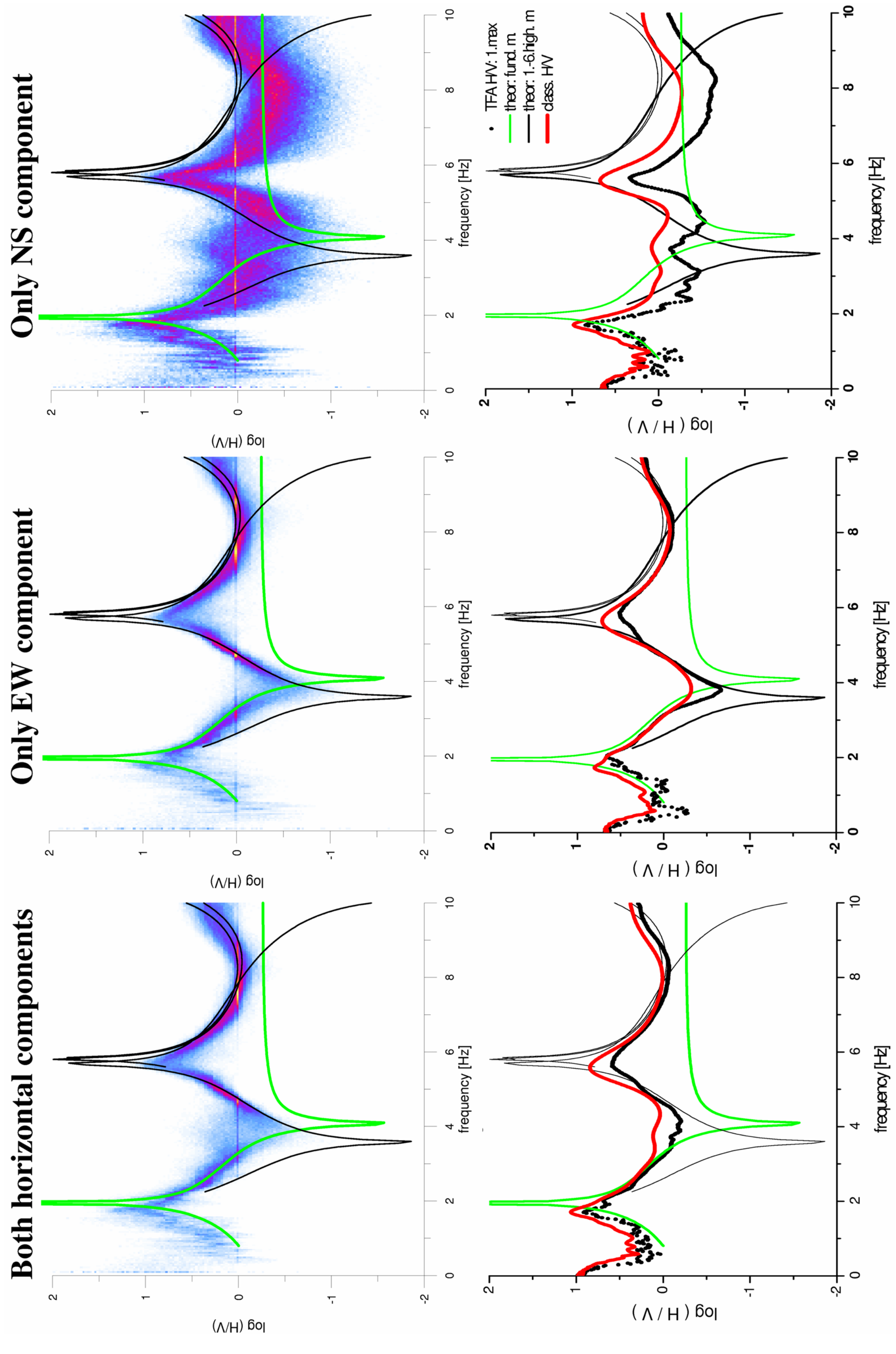


Obr. 45 H/V pomery pre signál s blízkymi zdrojmi šumu – kompletné vlnové pole



Obr. 46 H/V pomery pre signál so vzdialenými zdrojmi šumu polohovanými východne od prijímača – kompletné vlnové pole

1. – 10. maximum **Priemerné krivky**



Obr. 47 H/V pomery pre signál so vzdialenými zdrojmi šumu polohovanými východne od prijímača – kompletné vlnové pole. Horizontálna zložka počítaná z oboch zložiek (vľavo), len z NS (stred) a len z EW (vpravo)

použijeme iba 4.-10. maximum z TFR získavame výsledky iného charakteru: odchýlku od tvaru krivky elipticity fundamentálneho módu a posun k vyšším hodnotám H/V (zrejme príspevok iných, pravdepodobne objemových vĺn). Pri porovnaní s výsledkami s použitím všetkých 10 maxím vidíme, že práve takáto závislosť dominantne prispieva k celkovým výsledkom a teda k charakteru štandardnej priemernej H/V krivky, ktorej spôsob výpočtu žiadnu separáciu príspevkov rôznych vĺn neumožňuje.

Výsledky sa podstatne zlepšia v prípade vzdialených zdrojov, keď sú vlny lepšie separované v čase. Obr. 46 ukazuje, že v tomto prípade môžu byť nájdené krivky elipticity fundamentálneho módu a tiež vyšších módov Rayleighových vĺn. Medzi 3 až 5 Hz je tiež viditeľný slabý príspevok Loveových (SH) vĺn. Obe priemerné krivky vykazujú zlepšené výsledky v porovnaní s prípadom blízkych zdrojov šumu. Výsledky nového agregačného prístupu však umožňujú ešte lepšie stanovenie kriviek elipticity.

V tomto prípade boli zdroje šumu umiestnené východne od prijímačov, čo nám umožnilo urobiť zaujímavé porovnanie. H/V pomery sme vypočítali použitím každej z horizontál (východo-západnej a severo-južnej) osobitne (Obr. 47). Ako sme očakávali, Rayleighove vlny sú skutočne najlepšie viditeľné na východo-západnej zložke. Príspevok Loveových a SH vĺn je potlačený. H/V pomer vypočítaný len zo severojužnej zložky naopak vykazuje silný príspevok týchto vĺn, píky už nefitujú teoretické krivky elipticity a sú posunuté smerom k nižším frekvenciám. Keď porovnáme výsledky získané použitím oboch horizontálnych zložiek s výsledkami pre jednotlivé horizontály osobitne, vidíme že priemerná H/V krivka počítaná štandardným spôsobom, je najcitlivejšia na príspevok Loveových (SH) vĺn bez možnosti odseparovať ich vplyv. Poskytuje teda len ustrednenú informáciu vzhľadom k príspevkom rôznych druhov vĺn. Wavelet metóda výpočtu, najmä s agregačným prístupom, poskytuje detailnejšiu informáciu a umožňuje lepšie identifikovať príspevky rôznych druhov vĺn.

3.7.5 Testy na reálnych záznamoch seizmického šumu

Vzhľadom k tomu, že tieto testy sa len rozbiehajú, v tejto časti ukážeme iba prvé výsledky analýzy reálnych záznamov seizmického šumu. Analyzovaná lokalita Goesgen je popísaná vo *Fäh et al.* (*2003*). Je to plytké sedimentárne údolie pri rieke v severnom Švajčiarsku s hrúbkou mäkkých sedimentov okolo 25 – 30 m, s pravdepodobne vysokým rýchlostným kontrastom medzi sedimentami a podložím. Zdrojom seizmického šumu v tejto oblasti je priemyselná oblasť vzdialená len okolo 100 m od miesta meraní.

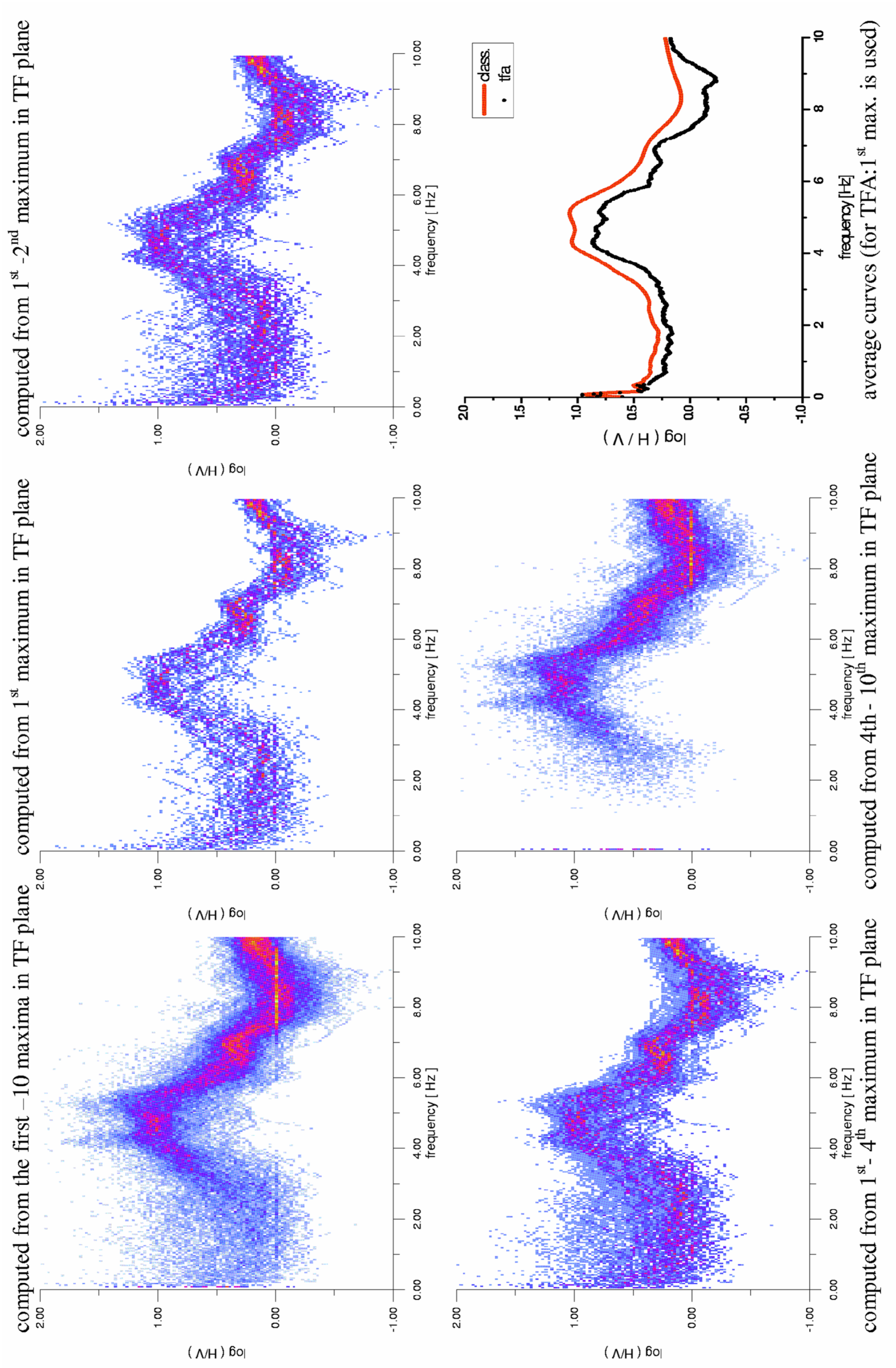
Výsledky analýzy sú uvedené na Obr. 48. Obe priemerné krivky majú podobný tvar, pričom tvar kriviek spolu s posunom do vyšších hodnôt H/V u krivky počítanej štandardným spôsobom indikujú silný príspevok Loveových (SH) vĺn. Sekundárny pík na 7 Hz, spôsobený príspevkom týchto vĺn, je lepšie viditeľný na priemernej aj agregačnej H/V krivke určenej wavelet metódou. Obrázok opäť indikuje, že pomocou navrhovaného nového agregačného prístupu môže byť získaná detailnejšia informácia. Dva píky na 4 Hz a 5 Hz sú lepšie rozlíšené než na priemerných krivkách. Pravá strana 5Hz píku (t.j. nad 5 Hz) pravdepodobne zodpovedá elipticite fundamentálneho módu Rayleighových povrchových vĺn. Zatiaľ nie je jasné, či ľavá strana (pod 5 Hz) zodpovedá ľavej strane krivky elipticity alebo Airyho fáze Loveových vĺn. Ak porovnáme nami získané výsledky s priemernými H/V krivkami vo *Fäh et al.* (*2003*) (počítanými štandardným spôsobom a pomocou TFA s metódou pohyblivého okna) môžeme konštatovať, že výsledky štandardne počítaných H/V kriviek súhlasia a priemerná wavelet H/V krivka na rozdiel od priemernej WFT H/V krivky má lepšie vyvinutý pík na 7 Hz. Podstatne lepšie vyvinutý tvar píkov na 4 a 5 Hz na výsledkoch nového agregačného wavelet prístupu môže byť užitočný pre hľadanie rýchlostného modelu S vĺn geologickej štruktúry pod miestom merania. Inverzná schéma na získanie takéhoto rýchlostného modelu navrhnutá vo *Fäh et al.* (*2001*) využíva fitovanie kriviek elipticity na krivky H/V pomeru pre záznamy seizmického šumu. Práve fitovanie tvaru krivky elipticity umožňuje z viacerých alternatívnych modelov vybrať model najlepšie zodpovedajúci nameraným údajom. Čím presnejšie je teda metóda výpočtu H/V pomeru schopná identifikovať aspoň časť krivky elipticity Rayleighových vĺn (čím väčšia časť, tým lepšie), tým presnejší by mal byť výsledok inverzie.

3.7.6 Zhodnotenie

Pomocou testovacích výpočtov na numericky simulovaných záznamoch seizmického šumu sme ukázali, že navrhnutý spôsob časovo-frekvenčného výpočtu H/V pomeru pomocou wavelet transformácie a agregácie získaných hodnôt v log(H/V)-frekvenčnej rovine umožňuje získať detailnejšie informácie a v prípade prítomnosti Rayleighových vĺn v signále presnejšie fitovať krivky elipticity ako doteraz používané spôsoby výpočtu. Nový spôsob môže v niektorých prípadoch indikovať zloženie seizmických vĺn v signále a dokonca umožňuje čiastočne odseparovať ich príspevky k H/V pomeru. použitím rôznych maxím vo wavelet reprezentácii signálu.

Testy signálov obsahujúcich Rayleighove ale aj SH vlny ukázali, že tvar štandardne počítanej H/V krivky bol ovplyvňovaný prítomnosťou oboch typov vĺn. Maximum H/V teda môže zodpovedať jednému a/alebo druhému prípadu. Podstatnou otázkou je, či a ako môžeme identifikovať, o ktorý prípad ide, prípadne ako ich separovať. Štandardný spôsob výpočtu H/V na túto úlohu nestačí. Preto je dôležité vyvíjať nové, presnejšie metódy, akou je napríklad metóda navrhovaná v tejto práci.

Analýza záznamu z priemyselnej lokality Goesgen naznačuje potenciál navrhnutej metódy na získavanie presnejších výsledkov inverzie H/V pomerov pri konštrukcii rýchlostného modelu S vĺn pre lokálnu geologickú štruktúru.



Obr. 48 H/V pomery z reálnych záznamov seizmického šumu na lokalite Goesgen (Švajčiarsko)

3.8 Analýza seizmického šumu lokalít seizmických staníc

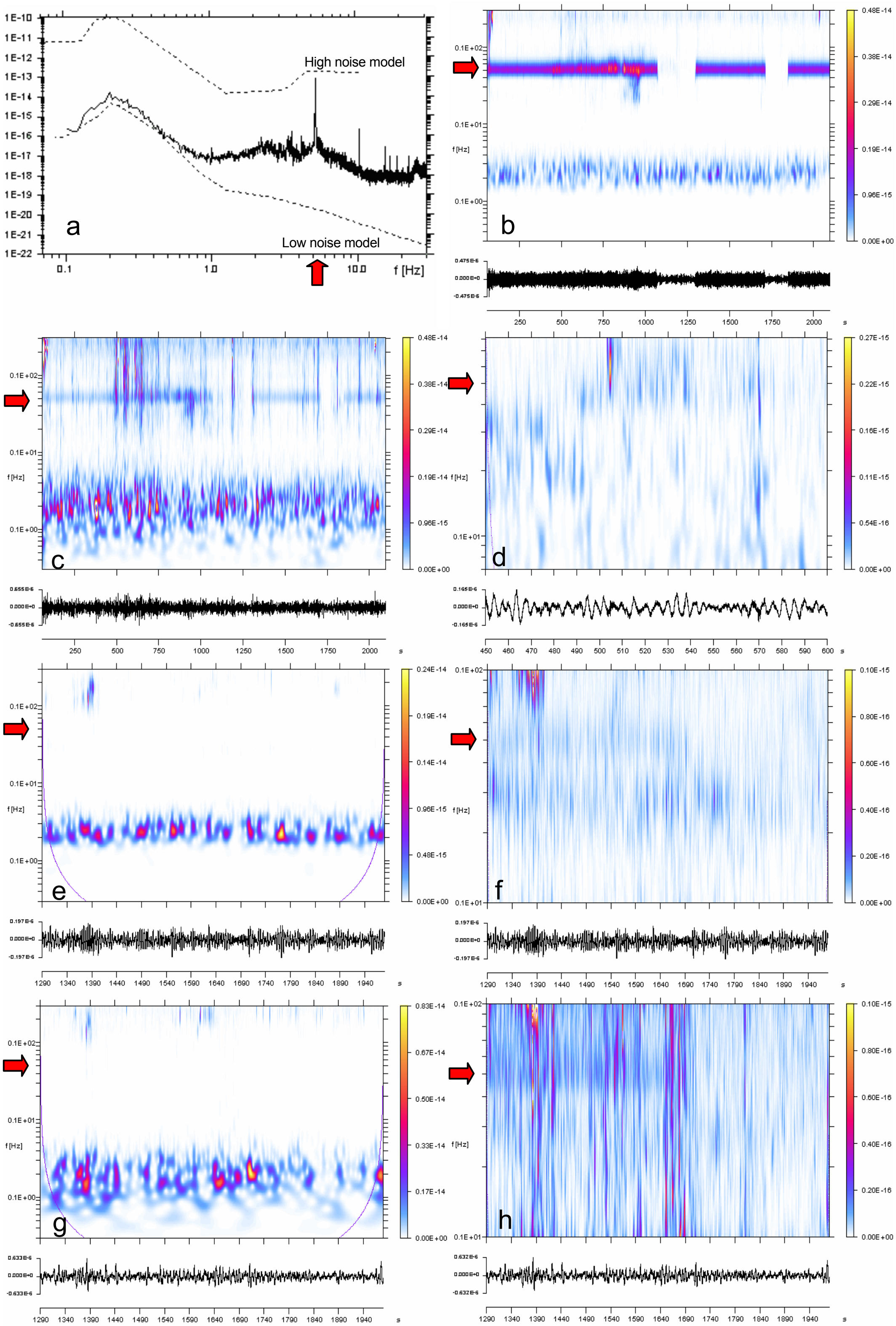
Táto časť práce vznikla počas riešenia projektu „Modernizácia a doplnenie národnej siete seizmických staníc – MADNSSS“ (2001-2004). Cieľom projektu bolo zmodernizovať existujúce a dobudovať ďalšie seizmické stanice na území Slovenska tak, aby rozšírená sieť seizmických staníc pomerne rovnomerne pokrývala územie celého Slovenska, umožnila presnejšie vyčlenenie aktívnych ohniskových zón a sledovanie ich časového režimu, a umožňovala vykonať prvú automatickú lokalizáciu zemetrasení s epicentrami na území Slovenska do 30 minút. V rámci výberu lokalít nových seizmických staníc rozšírenej národnej siete boli na zvolených lokalitách vykonané merania seizmického šumu, aby sme sa uistili o vhodnosti podmienok pre záznam seizmického pohybu, t.j. o celkovej úrovni a spektrálnom zložení šumu na danej lokalite. Jednou z vykonaných analýz nameraného šumu bola aj časovo-frekvenčná analýza. V prvej časti textu (3.8.1) ukážeme niekoľko príkladov keď časovo-frekvenčná analýza umožnila získať užitočné informácie. V ďalšej časti textu (3.8.3) je prezentovaný návrh metódy využívajúcej časovo-frekvenčnú analýzu, ktorá umožňuje odhadnúť nakoľko dobre by v daných šumových podmienkach na seizmickej stanici bolo zaznamenané charakteristické zemetrasenie zvolenej veľkosti a s konkrétnou epicentrálnou vzdialenosťou. Navrhovaná metóda umožňuje vidieť nakoľko na ktorých frekvenciách a o ktorých častiach záznamu zemetrasenia (P, S alebo povrchové vlny) by mohli byť stratené informácie kvôli úrovni a spektrálnemu zloženiu šumu, typickému pre danú seizmickú stanicu.

3.8.1 Analýza zaznamenaného seizmického šumu

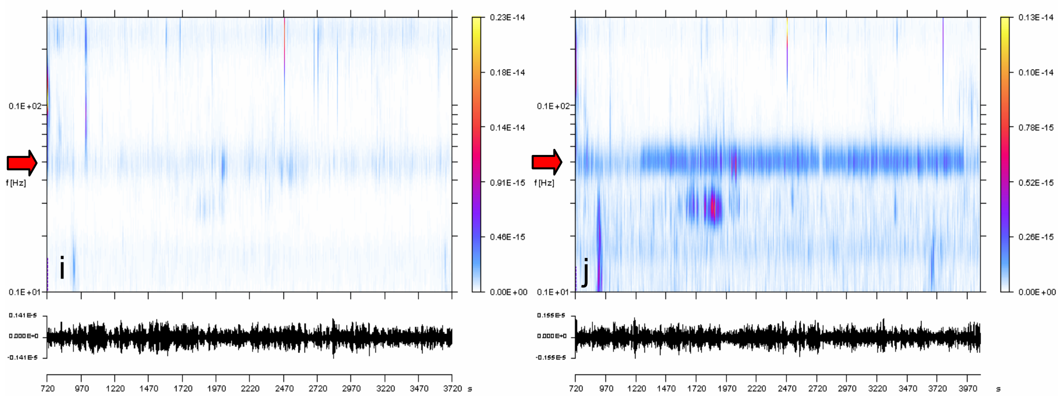
Rozsiahly materiál s výsledkami časovo-frekvenčnej a iných analýz meraní seizmického šumu na jednotlivých lokalitách sa nachádza v internom pracovnom materiále (*Kristeková et al. 2004*). Na časovo-frekvenčnú analýzu meraní seizmického šumu sme použili CWT s Morletovým waveletom ($\omega_0 = 6.$).

Obmedzíme sa na metodické ukážky výsledkov, v ktorých časovo-frekvenčná analýza umožnila získať užitočné informácie o zložení nameraného seizmického šumu. Bežným spôsobom analýzy spektrálneho zloženia šumu je analýza pomocou výkonovej spektrálnej hustoty (*Borman 2002*), ktorá však poskytuje len spriemerovanú informáciu o spektrálnom obsahu pre daný úsek záznamu. Získané krivky spektrálnej hustoty sa zvyčajne porovnávajú s krivkami pre tzv. „low noise“ model a „high noise“ model, ktoré boli získané ako spodná a horná hranica obálok kumulatívnej kompilácie reprezentatívnych spektrálnych hustôt pre seizmický šum počas pokojných aj rušených období na 75 digitálnych seizmických staniciach z celého sveta. (*Peterson 1993*). Tieto krivky reprezentujú v súčasnosti akceptovaný štandard pre očakávané hranice úrovne šumu na seizmickej stanici. Vo výnimočných prípadoch však úroveň šumu môže prekročiť tieto hranice. Ďalej sa hodnotí, či krivka spektrálnej hustoty nevykazuje výrazné píky pri niektorých frekvenciách. Rovnako vysoký pík na krivke spektrálnej hustoty pre napr. dvojminútový záznam však môže byť teoreticky spôsobený zvýšenou amplitúdou na danej frekvencii počas celého intervalu dvoch minút, alebo príspevkom oveľa vyšších amplitúd len počas 30 sekúnd. Ak krivka spektrálnej hustoty vykazuje výrazné píky, navrhujeme použiť TFA pomocou CWT. TFA umožní zistiť, či zvýšené amplitúdy na danej frekvencii boli prítomné počas celého trvania záznamu, alebo len lokálne v kratšom časovom intervale a s vyššími amplitúdami.

Krivky výkonovej spektrálnej hustoty pre lokalitu Silica vykazovali výrazný približne 5.3 Hz pík (Obr. 49a). Výsledky CWT ukázali, že zvýšené amplitúdy seizmického šumu na tejto frekvencii boli prítomné v prerušovaných časových intervaloch s náhlym ukončením a rovnako náhlym znovuobjavením (Obr. 49b). Takéto správanie svedčí o umelom pôvode (t.j. spôsobenom ľudskou činnosťou) zvýšenej úrovne šumu na 5.3 Hz. Veľmi pravdepodobne zodpovedá vypínaniu a zapínaniu nejakého technického zariadenia. Z neďalekého lomu Gombasek nám oznámili, že v čase merania žiadne zariadenie v tejto prevádzke nepracovalo na frekvencii blízkej k 5 Hz. Teoreticky by sa však mohlo jednať o subharmonickú zložku vibračných podávačov pracujúcich na frekvencii 50 Hz a/alebo vyššiu harmonickú otáčok mlynov (f: 0.53 Hz alebo 0.4 Hz). Prevádzka tranzitného plynovodu by tiež mohla produkovať zvýšený šum. Preto boli vykonané merania a následná časovo-frekvenčná analýza seizmického šumu aj pre lokalitu priamo nad plynovodom. Ak by bol plynovod zdrojom 5 Hz rušenia, mali by sme zaznamenať ešte vyššie amplitúdy šumu na 5 Hz. Zistili sme, že 5 Hz pík bol síce v signále prítomný, ale s výrazne nižšími amplitúdami ako v lokalite Silica (Obr. 49c). Plynovod teda zdrojom 5 Hz rušenia nie je. Ako ukazujú výsledky CWT na Obr. 49d-i 5 Hz zložka seizmického šumu je prítomná na viacerých lokalitách na Slovensku, ale s rôznou amplitúdou. To znamená, že zdrojom je nejaké pomerne rozšírené technické zariadenie/zariadenia. Najvýraznejší 5Hz pík bol na lokalite Silica na vertikálnej zložke (Obr. 49a). Lokalita Kečovo, ktorá bola vybraná namiesto Silice ako náhradná lokalita, má 5 Hz pík oveľa slabší (Obr. 49d-g). Na Obr. 49d vidíme, že v zázname seizmického šumu z Kečova sú energeticky dominantné mikroseizmy (0.2-0.3Hz) a na prvý pohľad prítomnosť 5 Hz píku nemožno identifikovať, pretože má oveľa nižšie amplitúdy. Ak však zobrazíme len frekvenčný výrez od 1 do 10 Hz a odrežeme amplitúdy nad 0.1e-15 (Obr. 49e), vidíme, že 5 Hz zložka šumu je prítomná, ale s takmer o 2 rády nižšími amplitúdami v porovnaní so Silicou. Je zaujímavé, že v prípade Silice boli amplitúdy na 5 Hz vyššie na vertikálnej zložke, v prípade Kečova a Kolonického Sedla na horizontálnej (N) zložke. To by mohlo znamenať, že k spektrálnemu píku na približne 5 Hz prispieva viac rôznych zariadení. Pri pozornejšom pohľade na výsledky CWT pre záznamy šumu na rôznych lokalitách je možné identifikovať aj ďalšie zložky šumu s frekvenciami približne 2 Hz a 3 Hz, pričom trvanie zvýšených amplitúd na týchto frekvenciách je rôzne a pre jednu konkrétnu lokalitu (napr. Kečovo: Obr. 49e) sú rôzne frekvencie prítomné v rôznych časových úsekoch, t.j. pravdepodobne nezávisle jedna od druhej. *Plešinger a Wielandt (1974)* identifikovali ako jeden z možných zdrojov 2 Hz píku veľké piestové kompresory a preukázali súvislosť tejto zložky šumu aj so zmenami frekvencií vo Východoeurópskej energetickej sieti. Aj *Bokelmann a Baisch (1999)* a



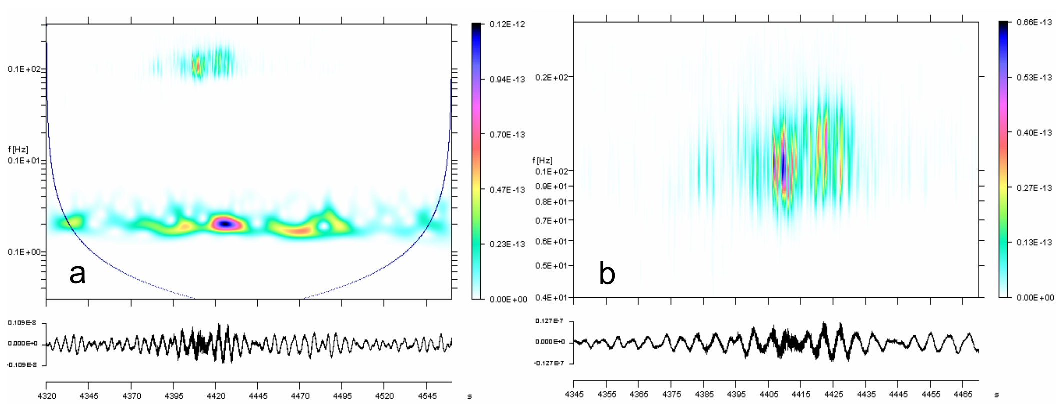
Obr. 49 a) Výkonová spektrálna hustota pre Z-zložku záznamu seizmického šumu na lokalite Silica *(Fojtíková a Kristeková 2003)* b) TFR toho istého záznamu c) TFR N-zložky záznamu šumu na lokalite Silica d) TFR Z-zložky šumu nad plynovodom e) TFR Z-zložky šumu na lokalite Kečovo pre f:0.03-30 Hz f) TFR Z-zložky šumu na lokalite Kečovo pre f:1-10 Hz a s urezaním amplitúd nad 0.1e-10 g,h) to isté ako e,f) ale pre N-zložku šumu na lokalite Kečovo.



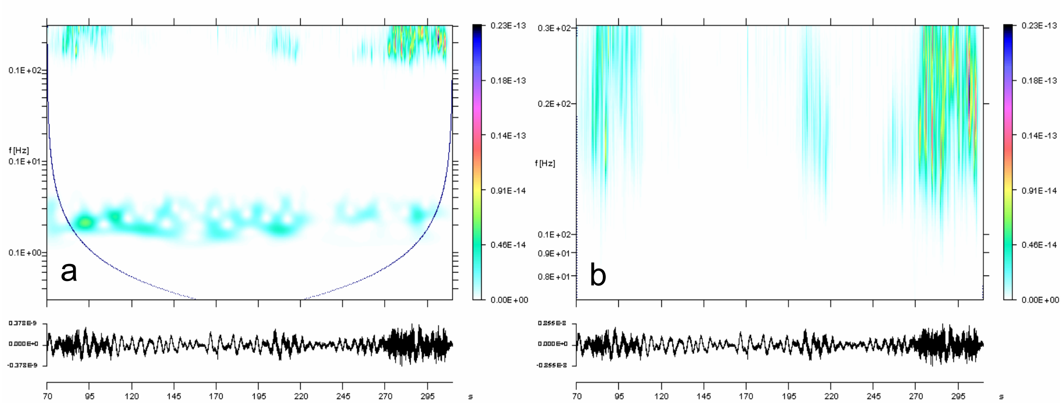
Obr. 49 pokračovanie: i) TFR Z-zložky šumu na lokalite Kolonica pre f:1-30 Hz j) TFR N-zložky šumu na lokalite Kolonica pre f:1-30 Hz. Červená šípka označuje frekvenciu 5 Hz.

Liu a Gao (2001) identifikovali ako možné zdroje 2 Hz píku rotačné zriadenia pracujúce v rámci energetickej siete. Podľa *Borman* (*2002*), zdrojom zvýšených amplitúd seizmického šumu na frekvenciách okolo 3-5 Hz môžu byť ťažké stroje pracujúce v kameňolomoch, čo nie je v rozpore s nami zistenými údajmi.

Časovo-frekvenčná analýza môže byť použitá aj na identifikovanie ďalších umelých zdrojov prispievajúcich k šumovému „pozadiu" seizmickej stanice. Napr. záznam prejazdu dopravných prostriedkov v okolí seizmickej stanice má typický obraz svojej časovo-frekvenčnej reprezentácie, na základe ktorého môže byť identifikovaný. Na Obr. 50 a,b je výsledok CWT záznamu s prejazdom tatranskej električky na lokalite Stará Lesná. Pás maxím na frekvencii približne 0.2 Hz na Obr. 50 a zodpovedá mikroseizmám a skupina maxím v oblasti frekvencií okolo 10 Hz prejazdu električky. Na Obr. 51 a,b je časovo-frekvenčná reprezentácia záznamu s prejazdmi auta po poľnej ceste vo vzdialenosti asi 100 m na lokalite Bardejov. Aj



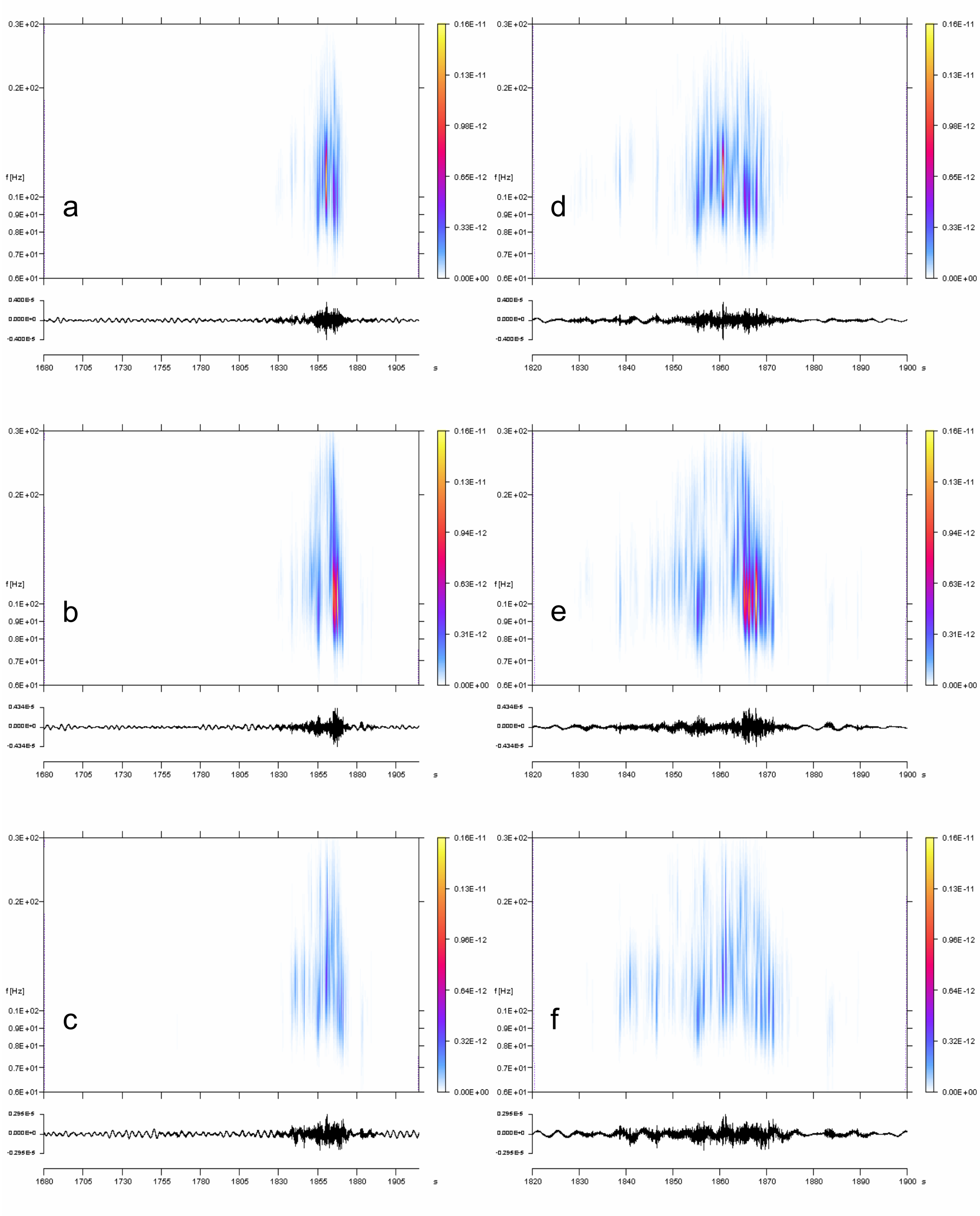
Obr. 50 TFR vertikálnej zložky záznamu s prejazdom tatranskej električky:
a) celý analyzovaný frekvenčný interval 0.03-30 Hz
b) detailnejší pohľad na prejazd električky – frekvencie: 4-30 Hz



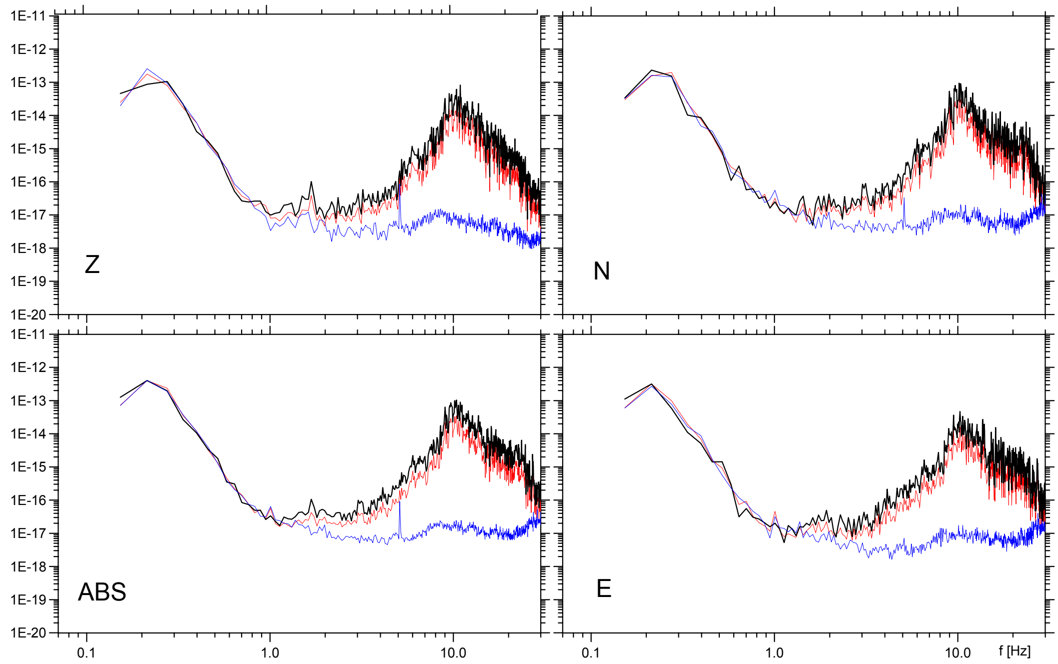
Obr. 51 TFR vertikálnej zložky záznamu s prejazdmi auta po neďalekej poľnej ceste (vo vzdialenosti asi 100 m) na lokalite Bardejov: a) celý analyzovaný frekvenčný interval 0.03-30 Hz b) detailnejší pohľad na prejazdy auta – frekvencie: 8-30 Hz

skupina maxím v oblasti vyšších frekvencií (10-20 Hz) v čase okolo 1390 s na časovo-frekvenčnej reprezentácii záznamu z Kečova (Obr. 49e) pravdepodobne zodpovedá prejazdu auta, pričom menšia hodnota maxima a trochu nižšie frekvencie svedčia o väčšej vzdialenosti od miesta merania ako v prípade Bardejova.

Na Obr. 52 je časovo-frekvenčná reprezentácia záznamu prejazdu autobusu vo vzdialenosti asi 300 m od miesta merania na lokalite Stebnícka Huta. Na tomto prípade názorne ukážeme výhodnosť použitia časovo-frekvenčnej analýzy pred analýzou pomocou spektrálnej hustoty. Pomocou výkonovej spektrálnej hustoty a CWT sme analyzovali záznam seizmického šumu obsahujúceho ten istý prejazd autobusu, raz v prípade záznamu s trvaním 4 minúty a druhý krát záznamu s trvaním 80 sekúnd. Získaná krivka výkonovej spektrálnej hustoty *(Fojtíková a Kristeková 2003)* mala síce v oboch prípadoch podobný priebeh vykazujúci zvýšené amplitúdy najmä v oblasti frekvencií 6-30 Hz, ale hodnota zvýšených amplitúd bola nižšia v prípade dlhšieho 4 minútového záznamu (Obr. 53). Spektrálna hustota pritom bola normovaná na dĺžku analyzovaného intervalu. Je to spôsobené tým, že výkonová spektrálna hustota dáva informáciu o strednej hodnote spektrálneho obsahu počas celého analyzovaného intervalu a hodnota výsledného píku je znížená nízkymi hodnotami amplitúd na týchto frekvenciách mimo samotného prejazdu autobusu (pozri modrú krivku na Obr. 53). V prípade kratšieho záznamu je príspevok nízkych amplitúd seizmického pohybu priamo nesúvisiacich s prejazdom autobusu menší, preto je pík zodpovedajúci prejazdu autobusu vyšší. To znamená, že. korektne je možné len kvalitatívne odhadnúť, ktoré frekvencie by boli ovplyvnené, a len približne nakoľko. Na presnejšie, kvantitatívne, porovnania tohto druhu výkonová spektrálna hustota nie je vhodná. V prípade analýzy pomocou CWT vidíme, že ani charakter maxím, ani hodnoty maxím sa nemenia v závislosti na dĺžke analyzovanej časti záznamu (Obr. 52). To znamená, že časovo–frekvenčná analýza je vhodnejším a objektívnejším prostriedkom na porovnávanie a odhad vplyvu dopravy na zvýšenie úrovne seizmického šumu a teda aj na kvalitu seizmických záznamov na danej lokalite.



Obr. 52 TFR záznamu s prejazdom autobusu na lokalite Stebnícka Huta vo frekvenčnom intervale 6-30 Hz . TFR pre 4-minútový časový interval: a) Z-zložka b) N-zložka c) E-zložka seizmického pohybu. TFR pre 80-sekundový časový interval: d) Z-zložka e) N-zložka f) E-zložka seizmického pohybu. Škálované na max. amplitúdu z TFR všetkých troch zložiek.



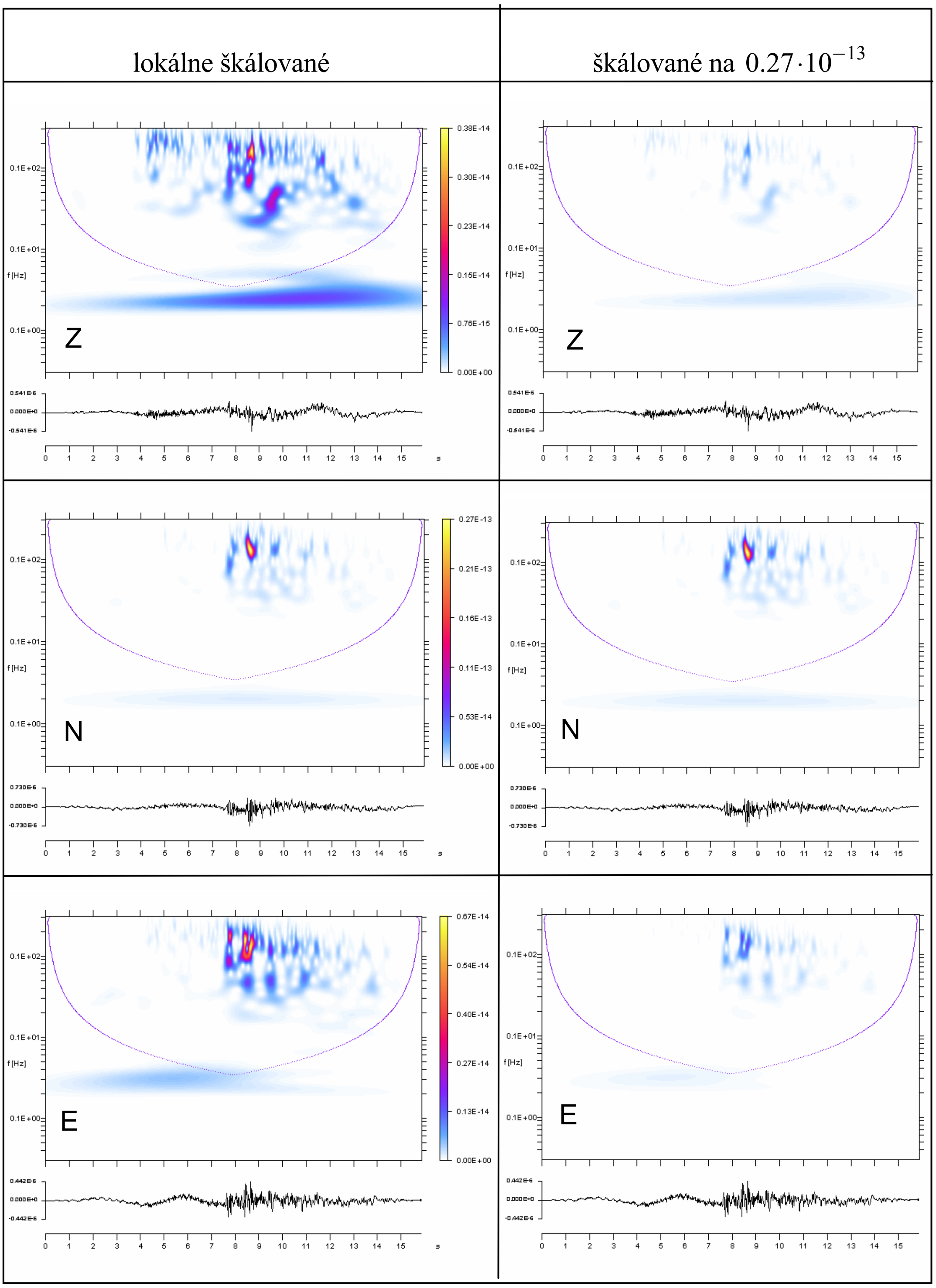
Obr. 53 Krivky výkonovej spektrálnej hustoty pre Z, N, E zložky záznamu seizmického šumu s prejazdom autobusu vo vzdialenosti 300 m na lokalite Stebnícka Huta. ABS označuje výslednicu kriviek spektrálnej hustoty (geometrický priemer). Červená krivka je výsledkom analýzy 4 minútového záznamu, čierna krivka je výsledkom analýzy 80 sekundového záznamu. Pre porovnanie je uvedená modrá krivka zodpovedajúca výkonovej spektrálnej hustote 4 minútového záznamu seizmického šumu bez autobusu. (*Fojtíková a Kristeková 2003*).

3.8.2 Porovnávací súbor zemetrasení

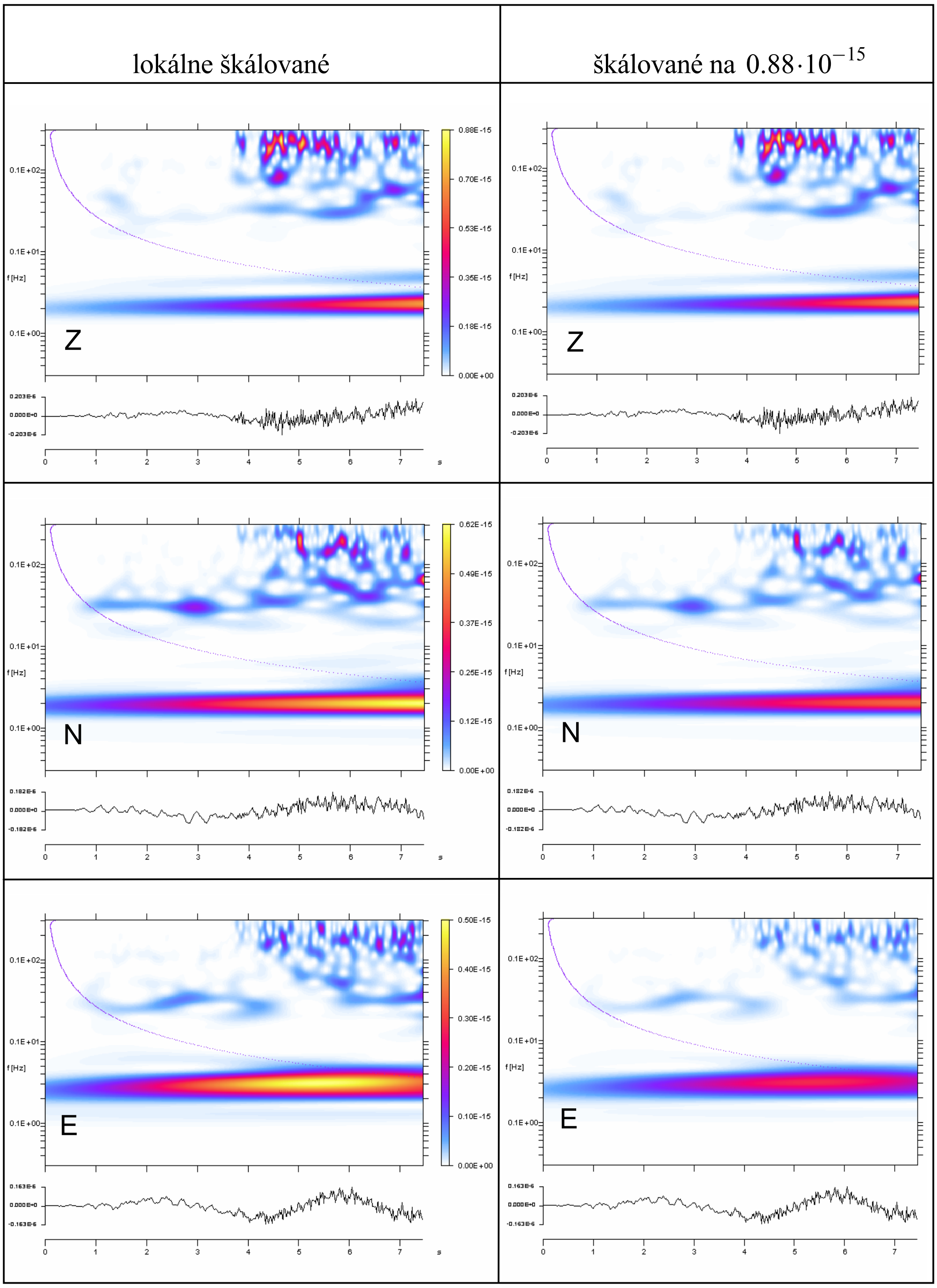
Na to, aby sme mohli lepšie posúdiť vhodnosť šumových podmienok na perspektívnych lokalitách, vybraných pre budovanie nových seizmických staníc, použili sme súbor 9 slabých blízkych zemetrasení s rôznou veľkosťou (Ml: 1.3-2.9) a s rôznymi epicentrálnymi vzdialenosťami (Δ: 39.9 - 91.2 km), zaznamenaných na stálej seizmickej stanici ZST (Železná Studnička). Záznamy zo ZST boli na porovnanie zvolené preto, že ZST bola v období pred začatím projektu MADNSSS našou najlepšou stálou seizmickou stanicou (*Kristeková a Skáčiková 1997*). Záznamy boli korigované na prenosovú funkciu seizmometra SM-3 na ZST a prepočítané na LE3D/5s seizmometer, ktorým boli vykonávané merania šumu. Zemetrasenia boli vybrané tak, aby umožňovali sledovať jednak vplyv veľkosti zemetrasenia pre seizmické javy s podobnou epicentrálnou vzdialenosťou a jednak vplyv epicentrálnej vzdialenosti na amplitúdy seizmického pohybu pre zemetrasenia s podobnou veľkosťou. Základné parametre záznamov zvolených zemetrasení sú uvedené v Tab. 4. Pre všetkých 9 zemetrasení a pre každú z 3 zložiek (Z, N, E) bola vykonaná časovo-frekvenčná analýza pomocou CWT s Morletovým waveletom ($\omega_0 = 6.$). Na ukážku sme vybrali výsledky pre zemetrasenia s najmenšími a s najväčšími amplitúdami v TFR zo skúmaných zemetrasení. Na Obr. 54-55 sú TFR celého záznamu a osobitne skupiny P-vĺn pre najslabšie zemetrasenie č. 1 (Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$) a na Obr. 56 pre najsilnejšie bližšie zemetrasenie zo skúmaných – zemetrasenie č. 7 (Ml=2.9, $\Delta = 60.8\,km$). Vľavo na obrázkoch sú výsledky lokálne škálované na maximum z TFR pre danú zložku, vpravo tie isté výsledky škálované na maximum z TFR zo všetkých troch zložiek. Zistili sme, že TFR zemetrasení z tej istej ohniskovej oblasti vykazujú spoločné črty no odlišné od zemetrasení z inej ohniskovej zóny. Pekným príkladom sú tri zemetrasenia s rôznym magnitúdom z epicentrálnej oblasti Východné Alpy (Obr. 56, 57, 58) alebo dve zemetrasenia z oblasti Dobrá Voda (Obr. 59 a Obr. 60).

	Dátum	Čas prvej vzorky $[hh:mm:ss.sss]$	Počet vzoriek	Lokálne magnitúdo Ml	Epicentrálna vzdialenosť $\Delta[km]$	Epicentrálna oblasť
1	3.6. 2001	18:56:30.000	1500	1.1	39.9	Malé Karpaty
2	8.8. 2000	09:23:03.336	1500	2.8	47.6	Dobrá Voda
3	24.1. 2001	04:22:48.736	1000	2.2	51.3	Dobrá voda
4	11.7. 2000	12:07:57.000	1500	1.5	57.0	Rakúsko
5	11.7. 2000	06:47:25.576	1000	2.0	62.9	Východné Alpy
6	12.7. 2000	07:56:06.534	1000	2.5	62.8	Východné Alpy
7	12.7. 2000	21:20:03.768	1000	2.9	60.8	Východné Alpy
8	29.3. 2001	22:42:19.376	2000	2.9	91.2	Komárno
9	26.5. 2001	04:30:52.856	2000	2.1	84.1	Komárno

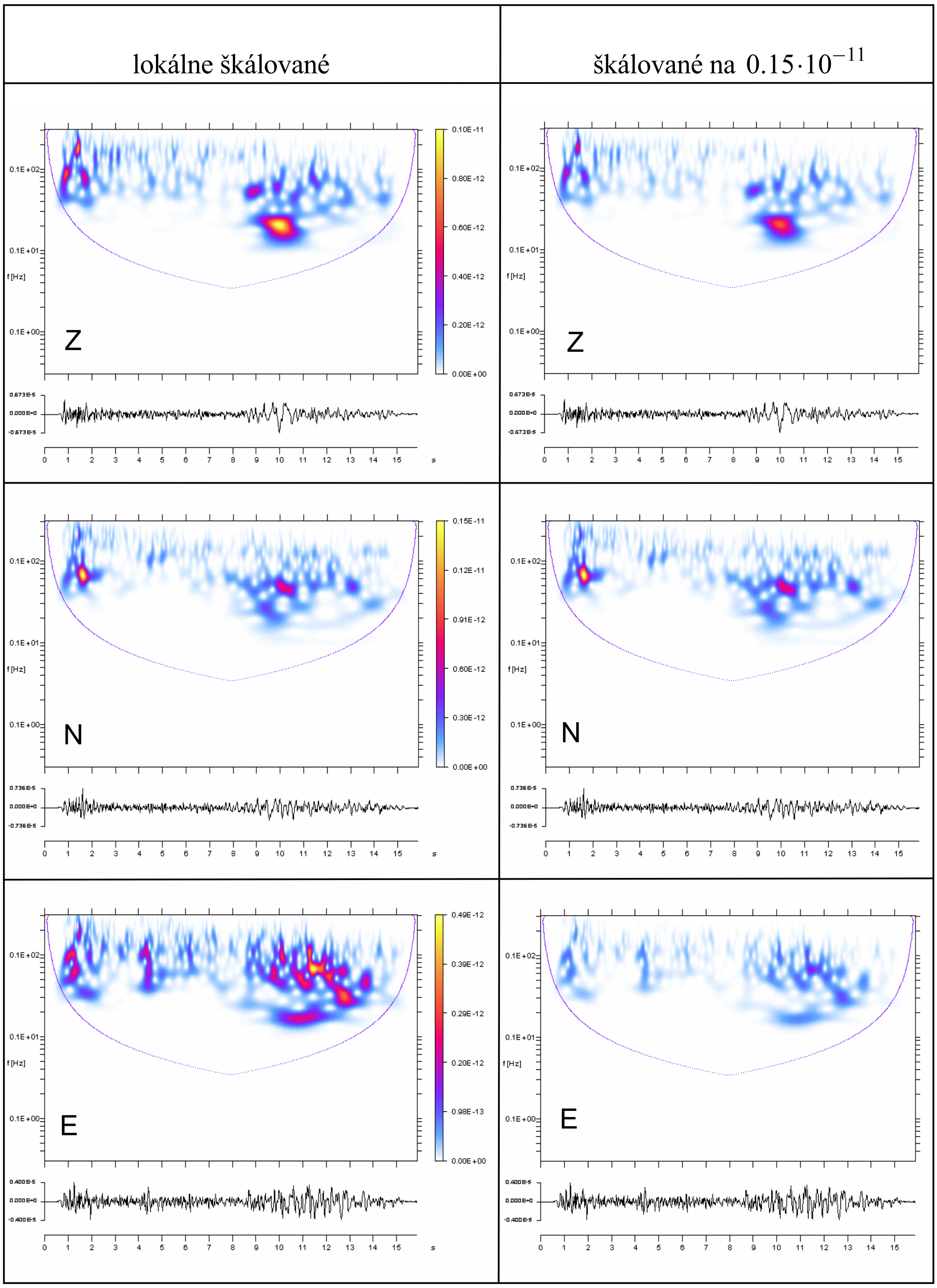
Tab. 4. Základné parametre záznamov vybraných zemetrasení. Všetky záznamy pochádzajú zo seizmickej stanice ZST pri Bratislave (seizmometer SM-3, krátkoperiodické kanály, vzorkovacia frekvencia: 62.5 Hz) a boli korigované na prenosovú funkciu SM-3 seizmometra a prepočítané na prenosovú funkciu LE3D/5s seizmometra.



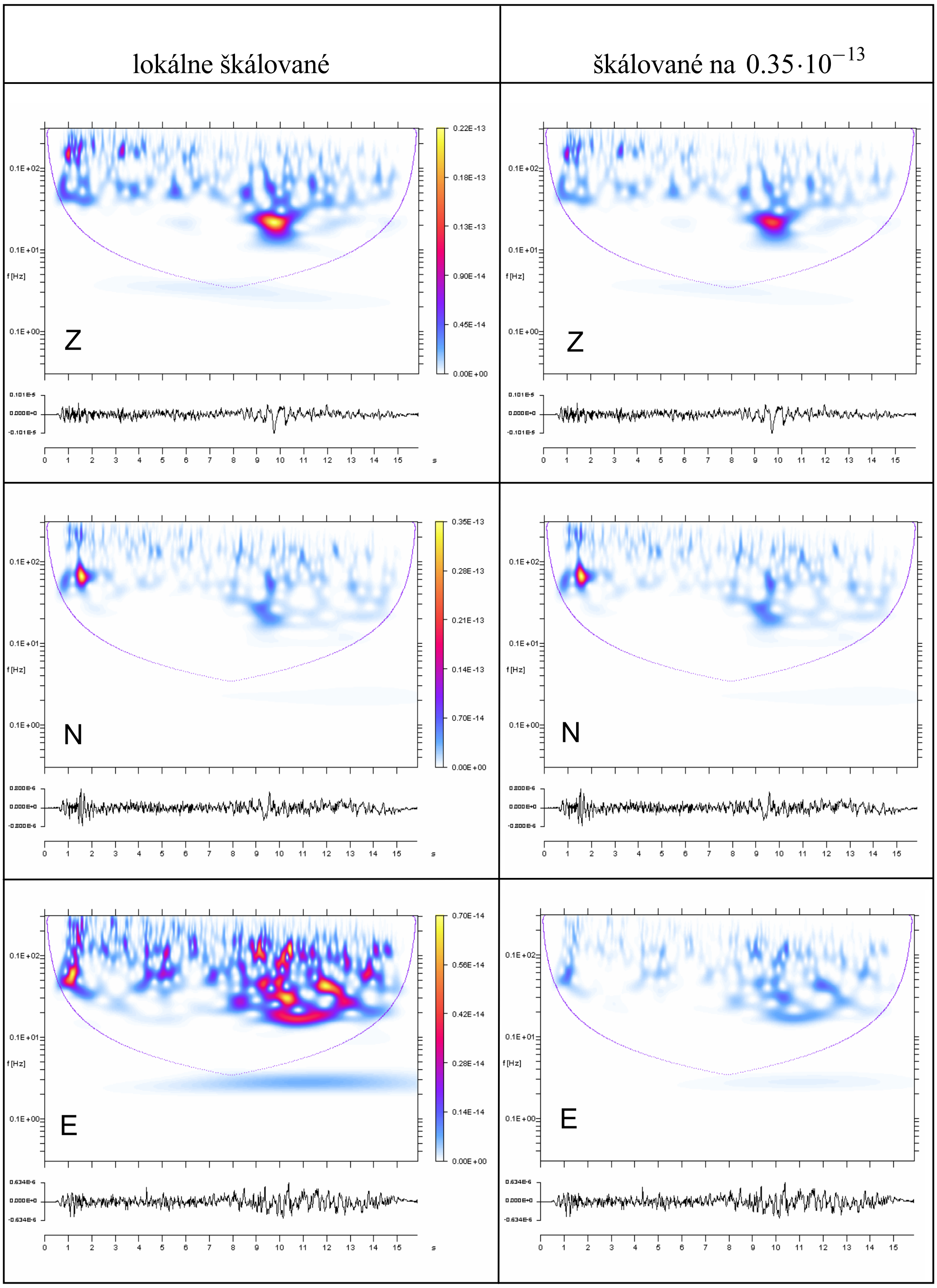
Obr. 54 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 1 (Malé Karpaty, Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



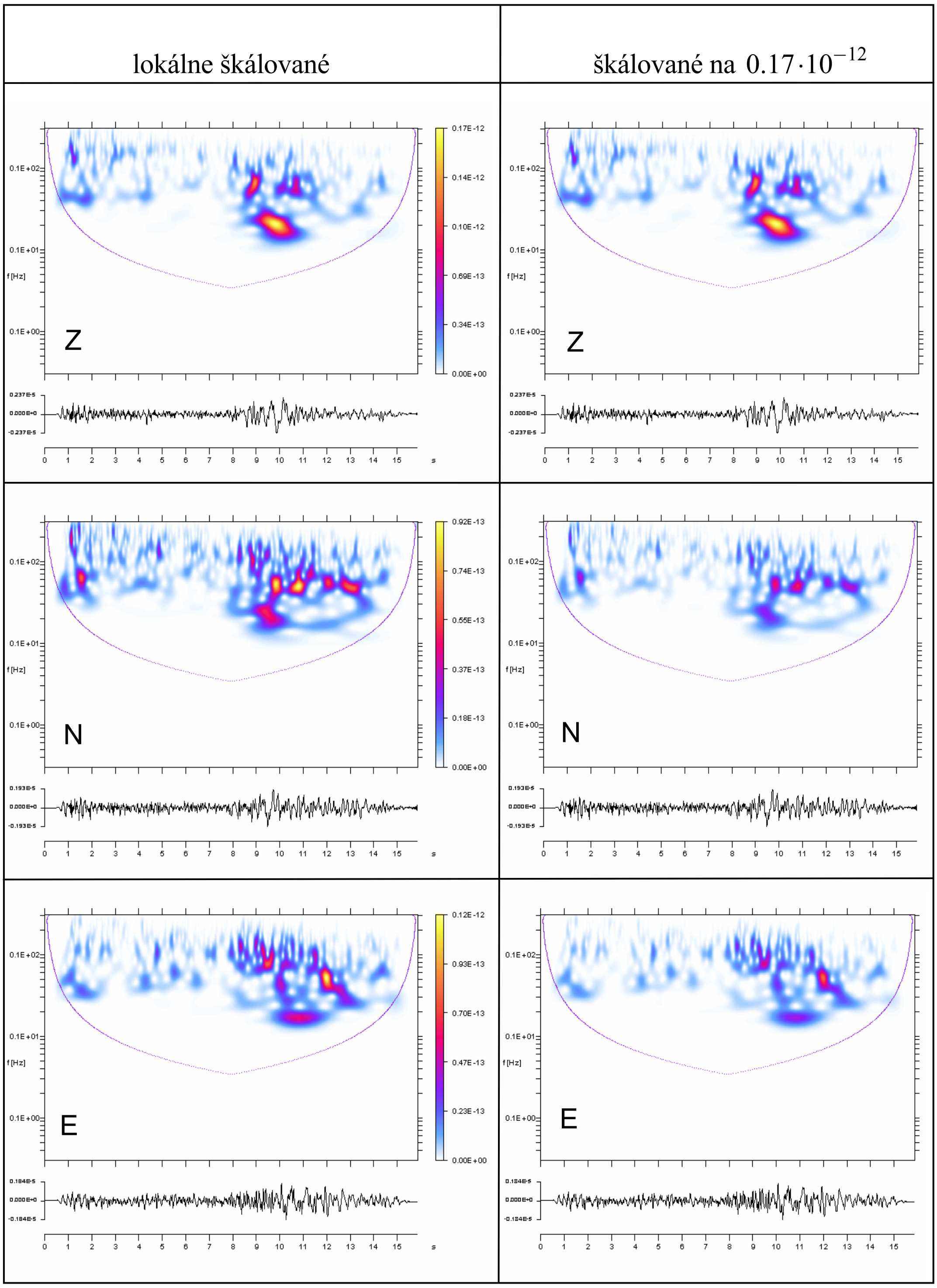
Obr. 55 TFR skupiny P-vĺn pre zemetrasenie č. 1 (Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max (TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



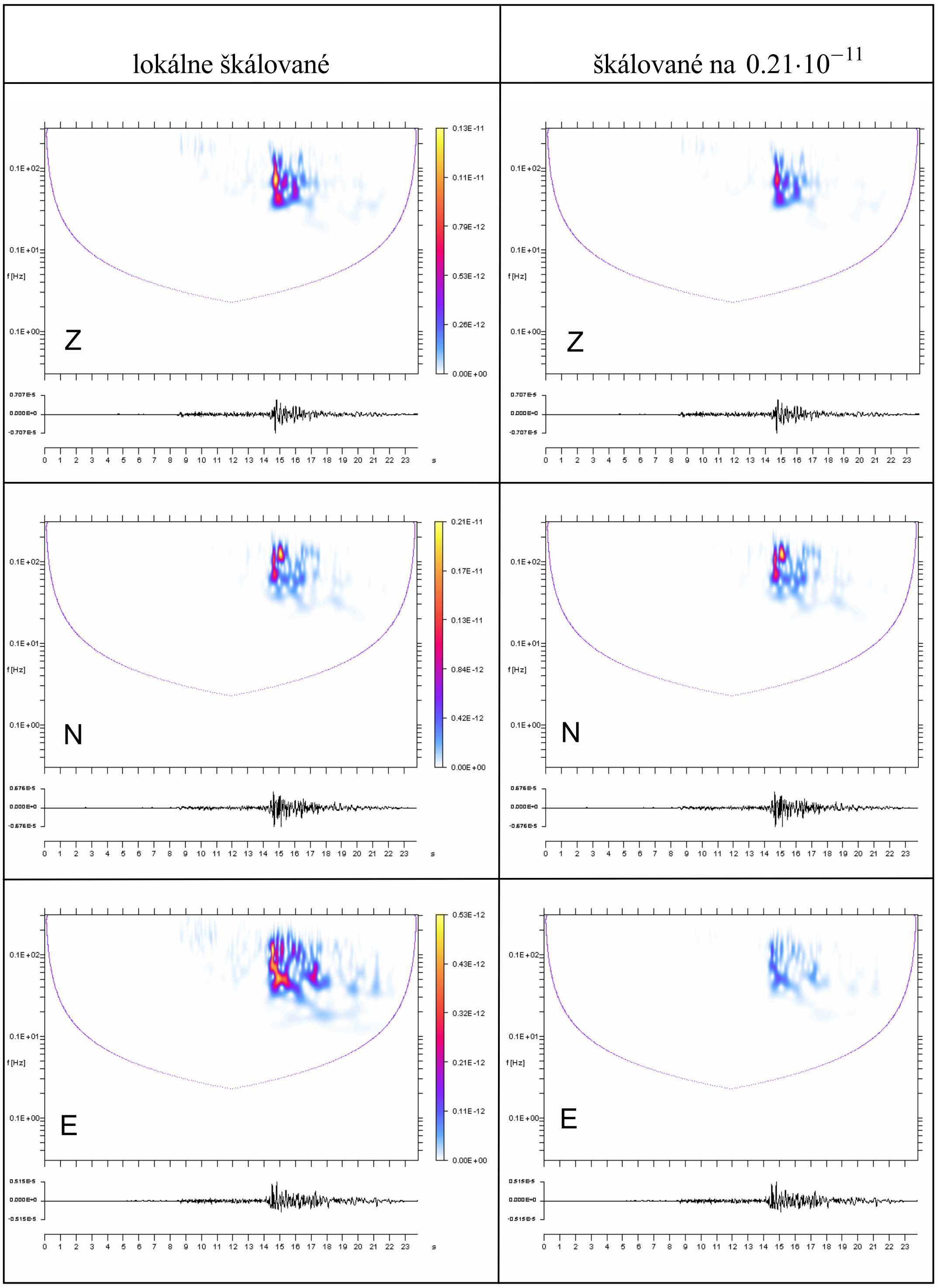
Obr. 56 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 7 (Východné Alpy, Ml=2.9, $\Delta = 60.8\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



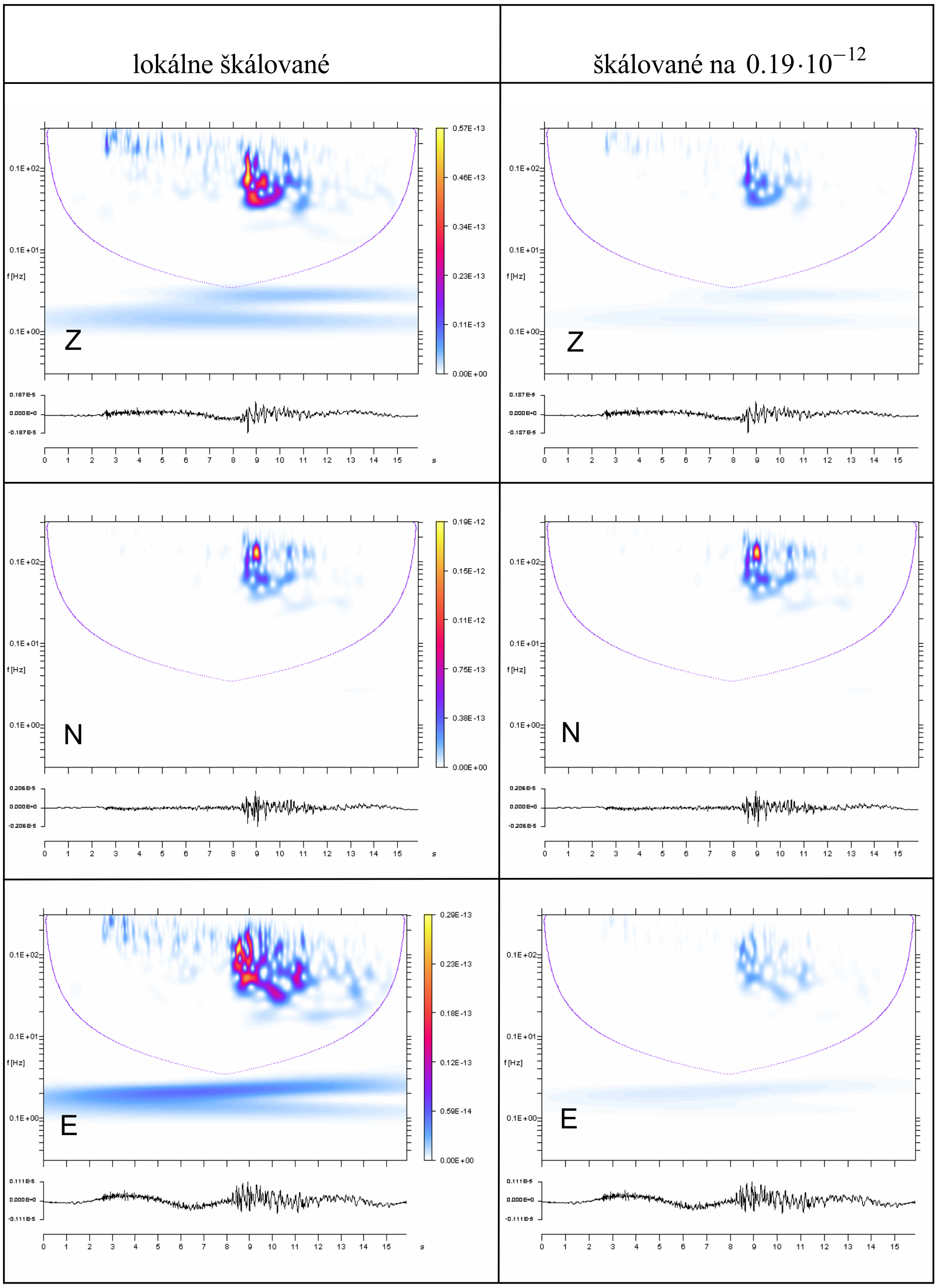
Obr. 57 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 5 (Východné Alpy, Ml=2.0, $\Delta = 62.9\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



Obr. 58 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 6 (Východné Alpy, Ml=2.5, $\Delta = 62.8\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



Obr. 59 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 2 (Dobrá Voda, Ml=2.8, $\Delta = 47.6\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).



Obr. 60 TFR celého záznamu zemetrasenia č. 3 (Dobrá Voda, Ml=2.2, $\Delta = 51.3\,km$) pre Z, N, E zložky seizmického pohybu. V ľavom stĺpci sú výsledky zobrazené tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo maximálnej amplitúde v TFR pre danú zložku. V pravej časti je zobrazenie výsledkov škálované tak, aby maximum na farebnej škále zodpovedalo rovnakej hodnote pre všetky 3 zložky, určenej ako maximálna amplitúda v TFR: max(TFR(Z), TFR(N), TFR(E)).

Porovnanie TFR záznamu daného zemetrasenia a TFR seizmického šumu na skúmanej lokalite pre jednotlivé zložky seizmického pohybu (Z, N, E) je možné urobiť vizuálne. Keďže TFR zemetrasení a aj seizmického šumu predstavujú komplikované obrázky, vyvodzovanie záverov z vizuálneho porovnania je pomerne náročné. Preto sme navrhli metódu, ktorá na základe získaných TFR pre záznamy zemetrasení a záznamy seizmického šumu umožňuje identifikovať a prehľadne zobraziť, ktoré časti záznamu konkrétneho zemetrasenia by mohli byť poškodené kvôli charakteristickej úrovni a spektrálnemu zloženiu seizmického šumu na testovanej lokalite.

3.8.3 Metóda odhadu detegovateľnosti zemetrasenia

Vypočítajme časovo-frekvenčné reprezentácie seizmického šumu a záznamu zemetrasenia ako škálogram $|CWT|^2$ s použitím rovnakého analyzujúceho waveletu, napr. Morletovho waveletu s $\omega_0 = 6$. V TFR seizmického šumu identifikujeme reprezentatívne časové úseky, počas ktorých sa typické spektrálne vlastnosti šumu s časom príliš nemenia. Obr. 61 ukazuje výber dvoch časových úsekov A a B. Pre každý vybraný časový úsek vypočítame projekciu $WS(f)$ škálogramu do frekvenčnej oblasti. Konkrétne, pre časový úsek A

$$WS^A(f) = \frac{1}{t_2^A - t_1^A} \sum_{t=t_1^A}^{t_2^A} \left|CWT(t,f)\right|^2 ,$$

kde t_1^A je začiatok časového intervalu A a t_2^A je koniec časového intervalu A. $WS^A(f)$ predstavuje spektrálnu reprezentáciu seizmického šumu pre časový úsek A. Strednú kvadratickú odchýlku funkcie $WS^A(f)$ vypočítame ako

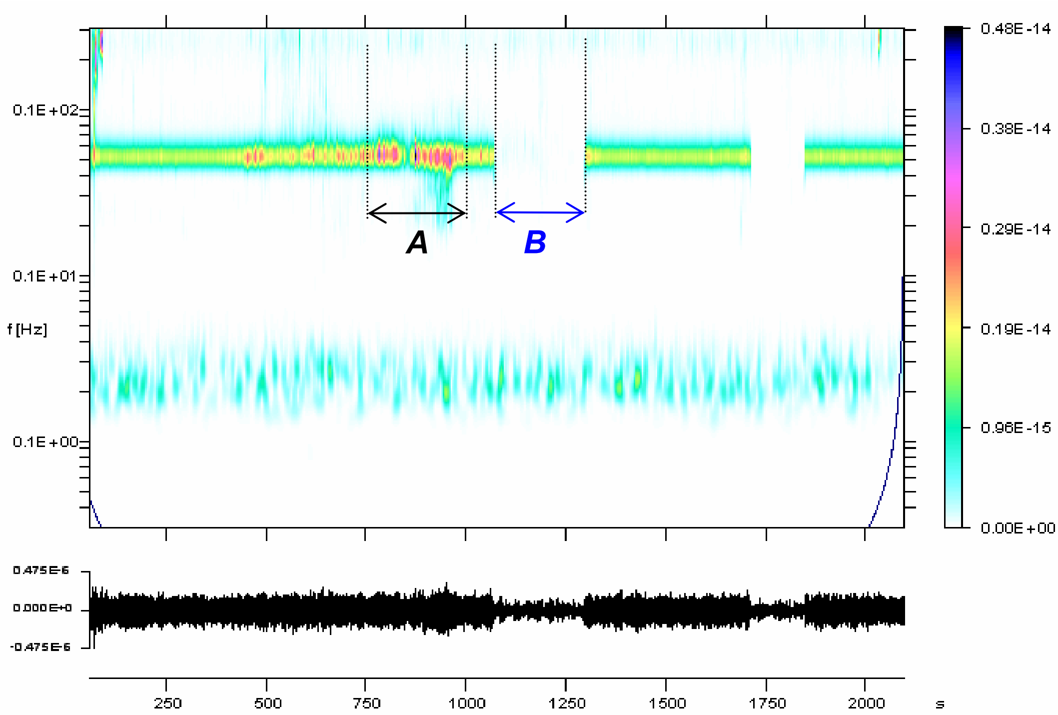
$$\sigma\left(WS^A(f)\right) = \sqrt{\sum_{t=t_1^A}^{t_2^A} \left(\left|CWT(t,f)\right|^2 - WS^A(f)\right)^2} \Big/ WS^A(f) .$$

Odčítaním $WS^A(f)$ od škálogramu zemetrasenia získame **modifikovanú časovo-frekvenčnú reprezentáciu zemetrasenia MTFR**. Izolínia nulových amplitúd MTFR zodpovedá tým častiam záznamu, v ktorých sú na danej frekvencii amplitúdy seizmického signálu rovnaké ako amplitúdy šumu. Nulová amplitúdová úroveň v MTFR teda predstavuje akési rozhranie medzi časťou záznamu zemetrasenia s amplitúdami pod a nad úrovňou seizmického šumu, to znamená medzi časťou záznamu zemetrasenia, o ktorú by sme pri danej úrovni seizmického šumu prišli, a časťou záznamu, v ktorej teoreticky možno identifikovať príspevok aspoň časti vlnovej skupiny P, S alebo povrchových vĺn. Pre rôzne vybrané časové úseky môžeme získať informáciu o detegovateľnosti zemetrasenia pri rôznych šumových podmienkach.

Na vizualizáciu MTFR je výhodné použiť farebnú škálu, v ktorej sú hodnoty väčšie ako nula vykreslené v teplých farbách, hodnoty menšie ako nula v studených farbách. Takéto zobrazenie, spolu s vykreslením nulovej izolínie (čierna čiara) a izolínie mínus stredná kvadratická odchýlka $\sigma\left(WS\left(f\right)\right)$ (modrá bodkovaná čiara), umožňuje už na prvý pohľad identifikovať časti záznamu zemetrasenia pod úrovňou seizmického šumu. Konkrétny farebný odtieň potom vyjadruje hodnotu amplitúdy v MTFR, podobne ako je to u bežného vykresľovania TFR. Pre ešte lepšiu predstavu je vhodné MTFR porovnať s pôvodnou TFR zemetrasenia, zobrazenou v tej istej farebnej škále.

3.8.4 Analýza detegovateľnosti zemetrasení

Navrhnutú metódu sme aplikovali na Z zložku záznamu šumu z lokality Silica (Obr. 61) s výrazným 5.3 Hz píkom. Na obrázku sú vyznačené dva charakteristické typy šumových podmienok na lokalite Silica a to s prítomnosťou zložky signálu s frekvenciu 5.3 Hz (v časovom úseku *A*: 250 s seizmického šumu) a bez tejto zložky (v časovom úseku *B*: 200 s seizmického šumu). Úsek *A* záznamu bol vybraný ako najhorší z hľadiska šumových podmienok, t.j. s najvýraznejšími amplitúdami 5.3 Hz píku. Inak sa charakter šumových podmienok na lokalite v závislosti od času príliš nemení.



Obr. 61. TFR (škálogram s Morletovým waveletom, $\omega_0 = 6$) pre Z zložku záznamu seizmického šumu na lokalite Silica. Úseky záznamu, vybrané ako reprezentatívne pre ďalšiu analýzu, sú označené písmenami *A* (časť záznamu s prítomným 5.3 Hz píkom v spektre) a *B* (časť záznamu bez prítomnosti 5.3 Hz píku).

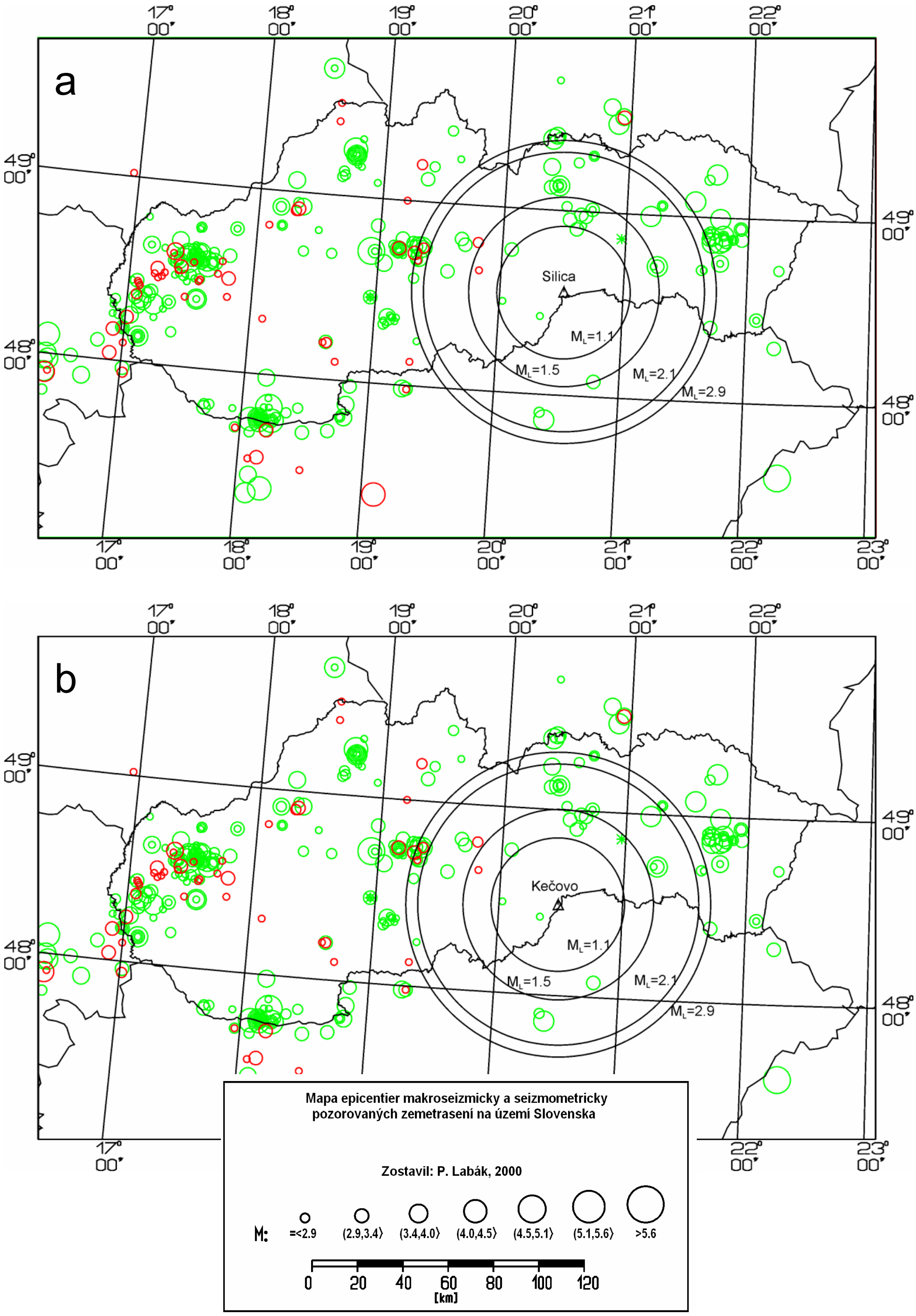
Šumové podmienky na lokalite Silica sme porovnali so záznamami zemetrasení č. 1 (Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$), č. 4 (Ml=1.5, $\Delta = 57.0\,km$), č. 9 (Ml=2.1, $\Delta = 84.1\,km$) a č. 8 (Ml=2.9, $\Delta = 91.2\,km$) z Tab. 4. Na Obr. 62 možno vidieť, že v uvedených epicentrálnych vzdialenostiach od miesta merania šumu na lokalite Silica sa skutočne nachádzajú aktívne ohniskové oblasti a teda pre budúce monitorovanie seizmickej aktivity má skutočne význam porovnávať šumové podmienky so záznamami zemetrasení z takýchto epicentrálnych vzdialeností. Mapa bola vykreslená za predpokladu, že útlmové vzťahy v tejto lokalite sú rovnaké ako v prípade záznamov na ZST. V skutočnosti útlmové vzťahy môžu byť odlišné. Keďže však pre túto lokalitu informácie o útlmových vzťahoch zatiaľ nie sú známe, mapa bola vykreslená a odhad detegovateľnosti vykonaný tak, ako keby útlmové vzťahy boli podobné ako v prípade ZST, kde boli skúmané zemetrasenia zaznamenané.

Z výrezov TFR seizmického šumu, zodpovedajúcim časovým intervalom A a B, boli vypočítané funkcie $WS^A(f)$ a $WS^B(f)$, ktoré boli použité na vytvorenie modifikovaných časovo-frekvenčných reprezentácií $MTFR^A$ a $MTFR^B$ pre záznamy Z zložky zemetrasení. Získané výsledky spolu s pôvodnými TFR zemetrasení sú uvedené na Obr. 63 a Obr. 64.

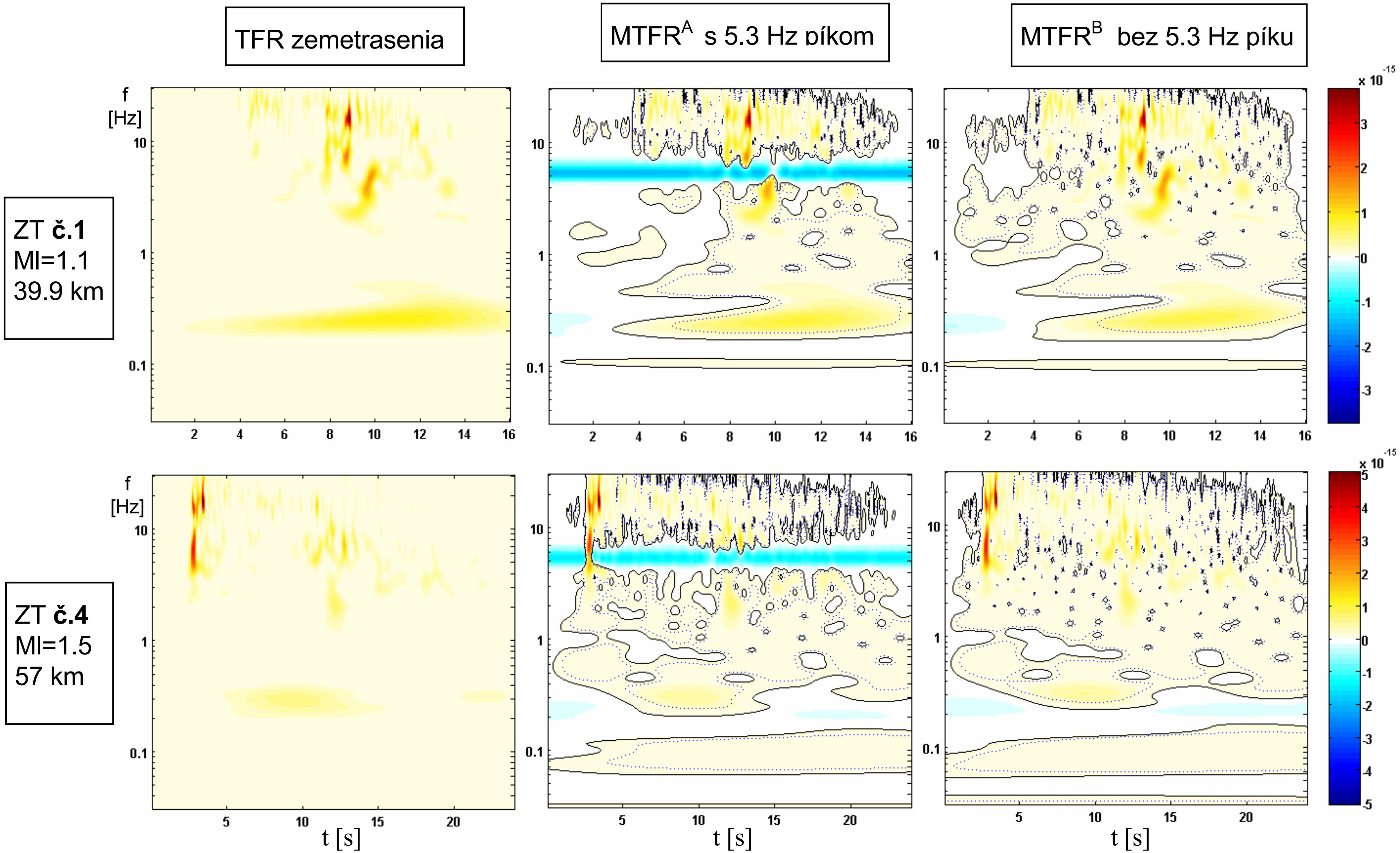
Vidíme, že v prípade zemetrasenia č. 1 (Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$) a seizmického šumu s 5.3 Hz zložkou sa podstatná časť záznamu zemetrasenia nachádza pod úrovňou šumu, dokonca aj energeticky dominantné vlny v skupine S a povrchových vĺn. V skupine P-vĺn je situácia o niečo lepšia, prítomnosťou šumu sú poškodené len menej výrazné nižšie-frekvenčné časti tejto vlnovej skupiny. Je to vďaka tomu, že P-vlny majú hlavný frekvenčný obsah na frekvenciách vyšších ako je dominantná zložka šumu (okolo 5.3 Hz). Celkovo však môžeme konštatovať, že záznam takéhoto zemetrasenia na lokalite Silica by bol v prítomnosti šumu obsahujúceho 5.3 Hz zložku vážne poškodený.

V prípade zemetrasenia č. 4 (Ml=1.5, $\Delta = 57.0\,km$), ktorého TFR vykazuje na rozdiel od predchádzajúceho zemetrasenia energeticky dominantné P-vlny, na frekvenciách okolo 5.3 Hz stále veľká časť záznamu zemetrasenia zostáva pod úrovňou šumu. Na týchto frekvenciách je možné identifikovať aspoň energeticky výraznú časť zo skupiny P-vĺn, veľká časť S-skupiny chýba. Opäť platí, že prítomnosť šumu s 5.3 Hz zložkou na lokalite Silica znemožňuje zaznamenať takéto zemetrasenie v akceptovateľnej kvalite.

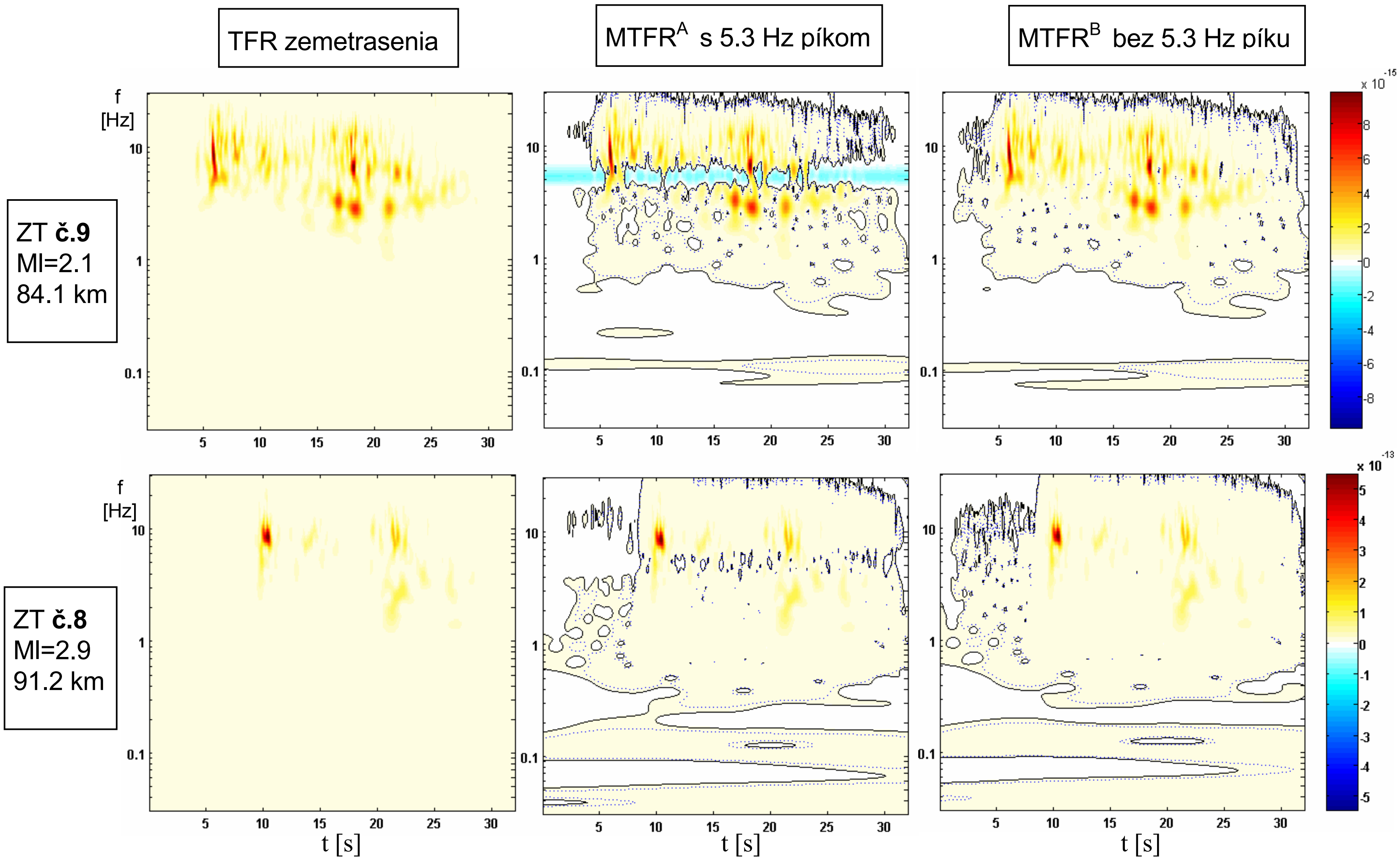
Pre zemetrasenie č. 9 (Ml=2.1, $\Delta = 84.1\,km$) je už situácia trochu lepšia. Na zobrazenej $MTFR^A$ vidíme, že energeticky dominantné časti zo skupiny P aj S a povrchových vĺn sa nachádzajú nad úrovňou šumu. Časti signálu s menšími amplitúdami vo frekvenčnom pásme okolo 5.3 Hz by už boli stratené v šume. Ani v tomto prípade nemožno hovoriť o kvalitnom zázname zemetrasenia v daných šumových podmienkach.



Obr. 62. Mapy s epicentrami makroseizmicky pozorovaných zemetrasení z historického katalógu (zelené kružnice) za obdobie r. 1443-2000 a zo seizmometrického katalógu (červené kružnice) za obdobie r. 1956-1992. Veľkosť zemetrasenia je indikovaná veľkosťou kružnice. Čierne kružnice vyznačujú vzdialenosti 39.9 km, 57 km, 84.1 km a 91.2 km od miesta merania seizmického šumu. a) Silica b) Kečovo



Obr. 63. Výsledky analýzy detegovateľnosti zemetrasení č. 1 a č. 4 v šumových podmienkach typických pre lokalitu Silica



Obr. 64. Výsledky analýzy detegovateľnosti zemetrasení č. 9 a č. 8 v šumových podmienkach typických pre lokalitu Silica

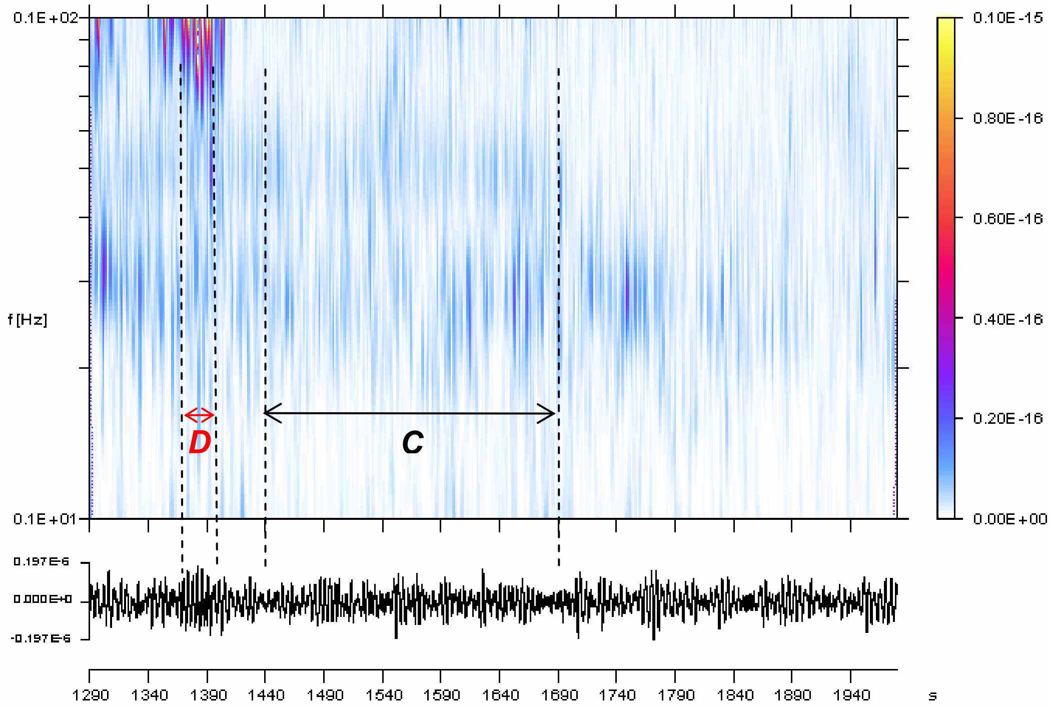
Až zemetrasenie č. 8 (Ml=2.9, $\Delta = 91.2\,km$) by mohlo byť zaznamenané v dostatočnej kvalite, bez straty akejkoľvek relevantnej informácie kvôli úrovni seizmického šumu na tejto lokalite.

Keď si však všimneme výsledky pre $MTFR^B$, t.j. pre úroveň šumu na lokalite Silica v neprítomnosti 5.3 Hz píku, v porovnaní s pôvodnými TFR zemetrasení vidíme, že v takýchto časových oknách by bolo možné v dostatočnej kvalite zaregistrovať aj najmenšie zemetrasenie z testovaných (Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$). Žiaľ, tieto priaznivé podmienky šumu pozadia trvali len počas krátkej doby počas meraní seizmického šumu na lokalite Silica (Obr. 61). Väčšinu času pretrvávala zvýšená úroveň šumu vo frekvenčnom pásme okolo 5 Hz, čo umožňuje z testovaných blízkych zemetrasení dostatočne kvalitnú registráciu len pre zemetrasenie s lokálnym magnitúdom 2.9 a epicentrálnou vzdialenosťou $\Delta = 91.2\,km$, pre menšie zemetrasenia (hoci s menšími Δ) nie. Preto sme lokalitu Silica z hľadiska šumových podmienok vylúčili ako neakceptovateľnú.

Ako náhradná lokalita pre budúcu seizmickú stanicu v tejto oblasti bola zvolená lokalita Kečovo, pre ktorú boli opäť vykonané merania seizmického šumu a získané údaje boli podrobené analogickej analýze ako údaje zo Silice. Poloha miesta merania seizmického šumu v Kečove je vyznačená na Obr. 62b spolu s vyznačením epicentrálnych vzdialeností pre zemetrasenia, použité v analýze. Keďže zemepisná poloha Kečova je len málo posunutá oproti polohe Silice, opäť platí, že v uvedených epicentrálnych vzdialenostiach od miesta merania šumu na lokalite Kečovo sa skutočne nachádzajú aktívne ohniskové oblasti. Na Obr. 65 je TFR Z zložky záznamu seizmického šumu v Kečove. Na obrázku sú vyznačené dva charakteristické typy šumových podmienok na lokalite Kečovo a to s prítomnosťou zložiek šumového signálu s frekvenciami približne 3 a 5 Hz (v časovom úseku *C*: 250 s seizmického šumu), s týmito zložkami a navyše s prejazdom auta (v časovom úseku *D*: 25 s seizmického šumu).

Úsek *D* záznamu bol vybraný ako najhorší z hľadiska šumových podmienok, t.j. s najvýraznejšími amplitúdami v TFR, zodpovedajúcimi prejazdu auta. V časovom intervale záznamu šumu za úsekom *C* už nie je prítomný 5 Hz pík a zhruba po 90s klesla aj amplitúda 3 Hz píku. Táto zmena predstavuje zlepšenie šumových podmienok oproti stavu počas analyzovaných časových úsekov *C* a *D*. Odhliadnuc od uvedených typov signálu sa charakter šumových podmienok na lokalite v závislosti od času príliš nemení.

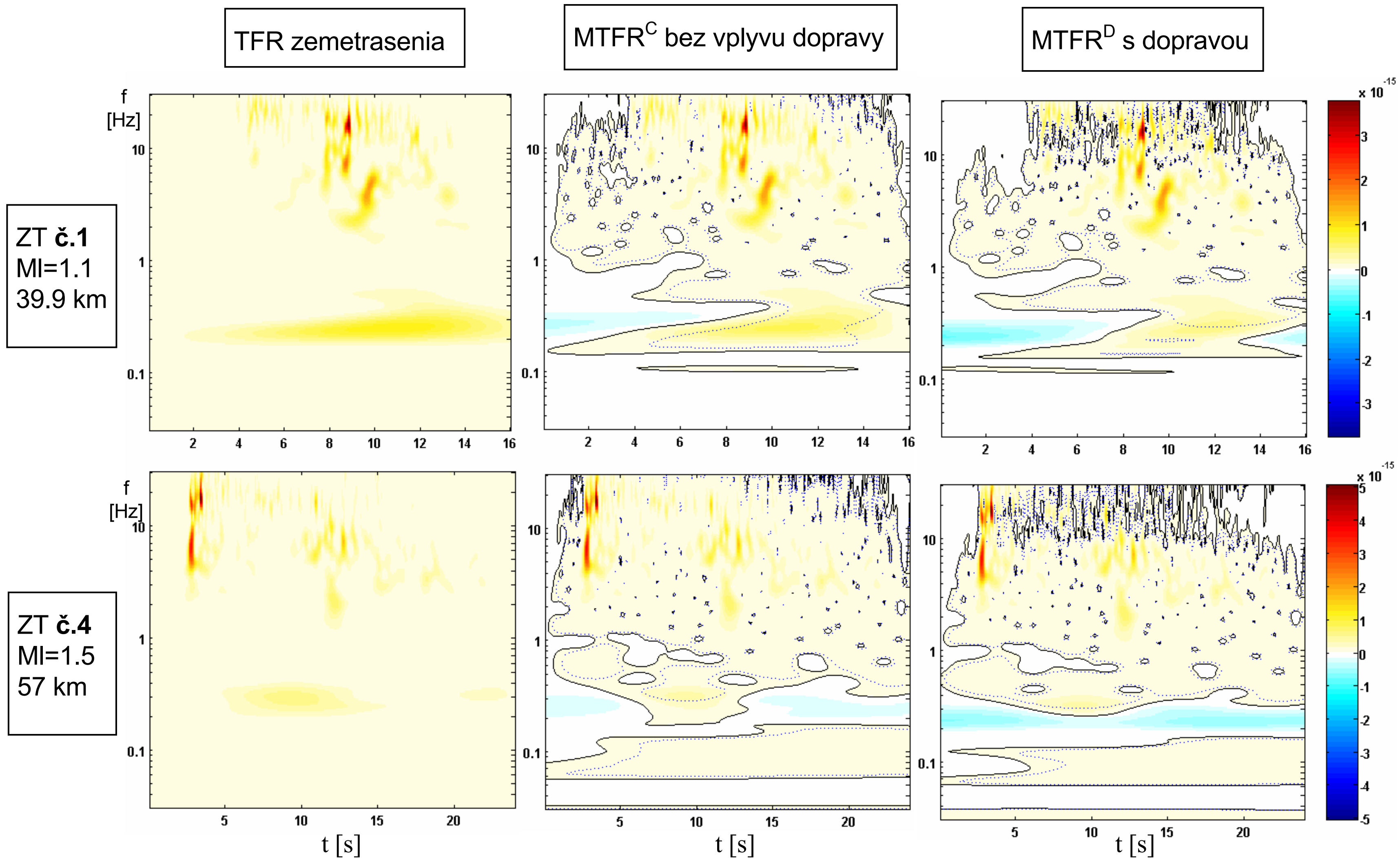
Výsledky analýzy detegovateľnosti zemetrasení so zvolenými parametrami pre Kečovo sú na Obr. 66-67. Z modifikovaných časovo-frekvenčných reprezentácií pre šum s prítomným 3 a 5 Hz píkom $MTFR^C$ a z ich porovnania s TFR zemetrasení vyplýva, že na tejto lokalite amplitúdová úroveň 3 a 5 Hz zložky šumu nie je prekážkou kvalitnej registrácie zvolených typov zemetrasení, vrátane najmenšieho s Ml=1.1 a $\Delta = 39.9\,km$. Presunom na náhradnú lokalitu pre budúcu seizmickú stanicu do Kečova sa teda šumové podmienky pre registráciu blízkych zemetrasení podstatne zlepšili.



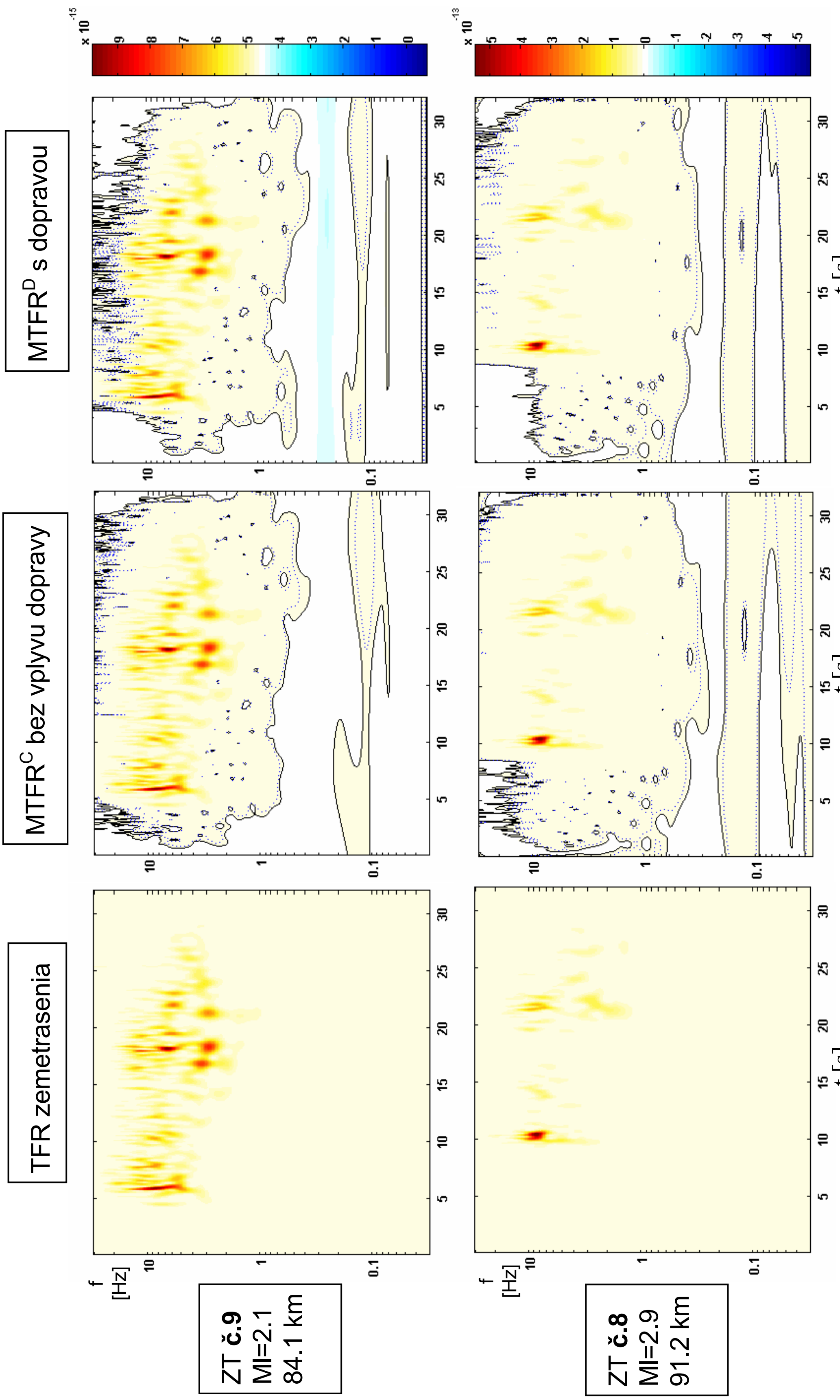
Obr. 65. TFR (škálogram s Morletovým waveletom, $\omega_0 = 6$) pre *Z* zložku záznamu seizmického šumu na lokalite Kečovo. Úseky záznamu, vybrané ako reprezentatívne pre ďalšiu analýzu, sú označené písmenami *D* (časť záznamu s prítomným 3 a 5 Hz píkom v spektre) a *C* (časť záznamu s 5 Hz píkom v spektre a prejazdom auta).

Zaujímalo nás, nakoľko negatívne by sa na kvalite záznamu mohol prejaviť prejazd auta v okolí seizmickej stanice práve počas registrácie blízkeho zemetrasenia. Preto sme pre testované zemetrasenia a pre úsek *D* záznamu seizmického šumu v Kečove vypočítali modifikovanú časovo-frekvenčnú reprezentáciu $MTFR^D$. Aj keď sa tento prejazd auta prejavuje čiastočným porušením záznamu v oblasti vyšších frekvencií, a to najmä v prípade najmenšieho zemetrasenia (č. 1, Ml=1.1, $\Delta = 39.9\,km$), pri porovnaní s pôvodnou TFR zemetrasenia vidíme, že nad úrovňou šumu zostávajú takmer všetky podstatné časti záznamu zemetrasenia. Podobné konštatovanie platí aj pre záznam zemetrasenia č. 4 (Ml=1.5, $\Delta = 57.0\,km$). Záznamy zemetrasení č. 9 (Ml=2.1, $\Delta = 84.1\,km$) a č. 8 (Ml=2.9, $\Delta = 91.2\,km$) prejazdom auta porušené nie sú, celý časovo-frekvenčný obsah záznamu zemetrasenia sa nachádza nad úrovňou šumu. To znamená, že zaznamenaná doprava v okolí budúcej seizmickej stanice by podstatným spôsobom nenarušila registráciu zemetrasení.

Na príklade záznamov šumu zo Silice a z Kečova sme ukázali, že navrhovaná metóda analýzy záznamov seizmického šumu je užitočnou pomôckou pri výbere konkrétnych lokalít pre budúce seizmické stanice. Umožňuje odhadnúť nakoľko



Obr. 66. Výsledky analýzy detegovateľnosti zemetrasení č. 1 a č. 4 v šumových podmienkach typických pre lokalitu Kečovo



Obr. 67. Výsledky analýzy detegovateľnosti zemetrasení č. 9 a č. 8 v šumových podmienkach typických pre lokalitu Kečovo

a v ktorých častiach signálu (frekvenčne a časovo) by boli záznamy zvolených typov zemetrasení narušené kvôli úrovni a spektrálnemu zloženiu seizmického šumu na lokalite. Poskytuje teda cennú aditívnu informáciu k výsledkom bežne používaných metód, čo umožňuje lepšie posúdiť vhodnosť skúmanej lokality pre kvalitnú registráciu seizmických javov.

Analýze detekčnej schopnosti už existujúcich seizmických staníc v období rokov 1990-1994 sme sa venovali v práci *Kristeková a Skáčiková* (*1997*). Pokiaľ je nám známe, je to dosiaľ jediná práca zhodnocujúca detekčnú schopnosť seizmických staníc v strednej Európe. Analýza bola vykonaná pre zemetrasenia zo 4 intervalov epicentrálnych vzdialeností a bolo porovnaných 14 seizmických staníc z 5 krajín (3 rakúske, 2 české, 5 nemeckých, 1 maďarská a 3 slovenské stanice). Z výsledkov okrem iného vyplynulo, že najlepšou zo slovenských seizmických staníc bola ZST, pričom spolu s ďalšími dvomi slovenskými seizmickými stanicami (SRO, SPC) patrili k staniciam s detekčnou schopnosťou lepšou než priemer zo skúmaných staníc.

3.9 Súbor programov SEIS-TFA

Súbor programov pozostáva z piatich programov, napísaných v jazyku Fortran95, umožňujúcich analýzu pomocou siedmich metód TFA:

1. Program **RWFT** počíta časovo-frekvenčnú reprezentáciu metódou pohyblivého okna s možnosťou použitia metódy relokalizácie pre reálne časové signály s rovnomerným vzorkovaním.
2. Program **RCWT** počíta časovo-frekvenčnú reprezentáciu metódou pohyblivého okna s možnosťou použitia metódy relokalizácie pre reálne časové signály s rovnomerným vzorkovaním.
3. Program **MPD_2** robí dekompozíciu reálneho časového signálu s rovnomerným vzorkovaním použitím troch verzií metódy MPD (originálna, lineárna a kvadratická).
4. Program **BK2WD** vykonáva spätnú projekciu pre dekompozíciu určenú programom MPD_2 a výpočet zodpovedajúcej distribúcie energie pomocou Wignerovej distribúcie.
5. Program **TFplot** v interaktívnom režime vykresľuje časovo-frekvenčné reprezentácie vypočítané programami RWFT, RCWT a BK2WD.

Zdrojové súbory tvoria súčasť dizertačnej práce a sú uvedené v CD-ROM prílohe. Podrobný návod na použitie s popisom vstupných a výstupných dát je tiež súčasťou dizertačnej práce a je uvedený v Prílohe a aj na CD-ROM.

4 ZÁVERY

Dizertačná práca je príspevkom k vývoju citlivých metód pre analýzu zložitých nestacionárnych seizmických signálov, konkrétne metód časovo-frekvenčnej analýzy (TFA). Výsledky dizertačnej práce možno zhrnúť nasledovne:

1. Rôzne v súčasnosti používané metódy časovo-frekvenčnej analýzy boli porovnané z hľadiska ich aplikovateľnosti na analýzu seizmických signálov. Mnohé metódy sú vhodné len na analýzu určitých typov signálov a ich aplikácia na iné, zložitejšie, signály môže viesť k nepresným alebo dokonca zavádzajúcim výsledkom. Dosiaľ často používaný spektrogram (metóda pohyblivého okna) je vhodný len na analýzu nie príliš komplikovaných signálov tvorených zložkami s približne rovnakým časovým trvaním. Tento nedostatok nemá spojitá wavelet transformácia (CWT). Vďaka svojim vlastnostiam a pomerne rýchlemu výpočtu je efektívnym prostriedkom na analýzu nestacionárneho signálu s neznámym časovo-frekvenčným obsahom. Dodatočné použitie metódy relokalizácie umožňuje lepšie identifikovať maximá energie signálu v časovo-frekvenčnej oblasti. Analýzu zložitých signálov pomocou Wignerovej distribúcie výrazne komplikujú tzv. „cross"-členy. Metóda MPD umožňuje pre komplikované nestacionárne signály získať časovo-frekvenčnú reprezentáciu s výbornou lokalizáciou energie, pričom neobsahuje „cross"-členy. Nevýhodou MPD je dlhý čas výpočtu, rekonštrukcia signálu je však veľmi jednoduchá a rýchla. Metóda MPD neumožňuje jednoznačne rozlíšiť frekvenčne modulovanú zložku signálu (jej okamžitá frekvencia sa spojito mení s časom) od superpozície monochromatických vlnových skupín.

2. Boli vyvinuté dve modifikácie metódy MPD - lineárna a kvadratická. V pôvodnej MPD je signál rozložený pomocou súboru funkcií s konštantnou frekvenciou (tzv. slovníka časovo-frekvenčných atómov). Lineárna MPD používa slovník, ktorý je doplnený atómami s lineárnou frekvenčnou moduláciou. Pre signály s lineárnou frekvenčnou moduláciou dáva lineárna MPD vynikajúce výsledky. Všeobecná frekvenčná modulácia je aproximovaná po častiach lineárnou frekvenčnou moduláciou. Aj v prípadoch silne nelineárnej frekvenčnej modulácie boli získané veľmi dobré výsledky pomocou atómov s krátkym časovým trvaním.

   Doplnením slovníka o atómy s kvadratickou frekvenčnou moduláciou a odvodením vzťahov pre výpočet ich časovo-frekvenčnej reprezentácie bola definovaná kvadratická MPD. Kvadratická MPD aproximuje všeobecnú frekvenčnú moduláciu po častiach kvadratickou frekvenčnou moduláciou. Je vhodná najmä pre signály s komplikovanou frekvenčnou moduláciou. Vďaka vyvinutému rýchlemu algoritmu sa výpočtové nároky lineárnej a kvadratickej MPD aj napriek zovšeobecneniu slovníka podstatne nezvýšili a pre komplikované frekvenčne modulované signály sú dokonca výpočtovo efektívnejšie ako pôvodná MPD.

3. Boli vyvinuté a numericky testované kvantitatívne kritériá pre porovnávanie seizmogramov. Kritériá sú založené na časovo-frekvenčnej reprezentácii seizmogramov získanej pomocou spojitej wavelet transformácie s analyzujúcim Morletovým waveletom. Zahŕňajú časovo-frekvenčné misfity fázy a obálky, časovo-závislé misfity fázy a obálky, frekvenčne- závislé misfity fázy a obálky a skalárne misfity fázy a obálky.

   Vlastnosti navrhnutých kritérií boli testované pomocou kanonických signálov. Referenčné kanonické signály boli špecificky amplitúdovo, fázovým posunom, časovým posunom a frekvenčne modifikované s cieľom demonštrovať vlastnosť kritérií správne kvantifikovať a rozoznať charakter odlišností medzi referenčnými a modifikovanými signálmi. Vo všetkých prípadoch navrhnuté kritériá správne kvantifikovali a charakterizovali odlišnosti medzi signálmi.

   Kritériá boli aplikované na štyri numerické riešenia pre model vrstvy na polpriestore (SCEC LOH.3 problém). Tieto numerické riešenia boli porovnané s referenčným analytickým riešením. Výsledky poskytli užitočný a detailný pohľad na odlišnosti medzi jednotlivými numerickými riešeniami. Časovo-frekvenčné, časovo-závislé a frekvenčne-závislé misfit kritériá jasne ukázali frekvenčné ohraničenie presnosti fázy a amplitúdy, rôzny fázový posun medzi numerickými riešeniami a odchýlky v spektrálnom obsahu kvôli použitiu útlmu s konštantným faktorom kvality Q.

   Štandardne používaný *RMS* (Root-Mean-Square) misfit zodpovedal úrovni modifikácie len v prípade čisto amplitúdovej modifikácie signálu. Vo všetkých ostatných prípadoch značne nadhodnocoval odlišnosti medzi signálmi a vôbec ich necharakterizoval.

4. Bol vyvinutý nový spôsob časovo-frekvenčného určovania H/V pomeru zo záznamov seizmického šumu, ktorý využíva CWT s modifikovaným Morletovým waveletom a agregačný prístup. Navrhovaný spôsob výpočtu umožňuje čiastočne potlačiť vplyv SH a Loveových vĺn a tým presnejšie identifikovať a fitovať krivky elipticity fundamentálneho a vyšších módov Rayleighových vĺn, pokiaľ sú tieto módy v signále prítomné s dostatočnou energiou. Toto bežný spôsob výpočtu H/V pomocou spektrálnych pomerov neumožňuje a neumožňujú to ani predchádzajúce verzie časovo-frekvenčného výpočtu H/V pomeru. Presnejšie fitovanie kriviek elipticity Rayleighových vĺn je užitočné pri hľadaní modelu rýchlostí S-vĺn geologickej štruktúry pod miestom merania pomocou inverzných schém. Nový spôsob môže v niektorých prípadoch indikovať zloženie seizmických vĺn v signále a dokonca umožňuje čiastočne odseparovať ich príspevky k H/V pomeru. Testy signálov obsahujúcich Rayleighove ale aj SH vlny ukázali, že tvar štandardne počítanej H/V krivky bol ovplyvňovaný prítomnosťou oboch typov vĺn. Maximum H/V teda môže zodpovedať jednému a/alebo druhému prípadu. Podstatnou otázkou je, či a ako môžeme identifikovať, o ktorý prípad ide, prípadne ako ich separovať. Štandardný spôsob výpočtu H/V na túto úlohu nestačí. Preto je dôležité vyvíjať nové, presnejšie metódy, akou je napríklad metóda navrhovaná v tejto práci. Vývoj metódy a jej testovanie na reálnych záznamoch seizmického

šumu bude pokračovať aj v rámci 6. RP EÚ NERIES. Jedným z jeho výsledkov by malo byť implementovanie wavelet H/V metódy do integrovaného softwarového súboru spolu s array metódami a programami na spoločnú inverziu na získanie rýchlostného profilu S-vĺn.

5. a. Bol vypracovaný súbor programov SEIS-TFA v jazyku Fortran95 na časovo-frekvenčnú analýzu seizmických signálov. Súčasťou SEIS-TFA sú aj návody na použitie s popisom vstupných a výstupných údajov. SEIS-TFA umožňuje časovo-frekvenčnú analýzu pomocou 7 metód (metóda pohyblivého okna, metóda pohyblivého okna s relokalizáciou, CWT, CWT s relokalizáciou, pôvodná MPD, lineárna MPD, kvadratická MPD). Zdrojové kódy programov spolu s návodmi na použitie sú na priloženom CD.

   b. Bol vypracovaný program TF-MISFITS v jazyku Fortran95 na výpočet kvantitatívnych kritérií pre porovnávanie seizmogramov. Zdrojový kód programu spolu s návodom na použitie sa nachádza na priloženom CD.

6. Bol analyzovaný numericky simulovaný seizmický šum. Šum bol simulovaný programovým súborom NOISE (*Kristek a Moczo 2002*). Boli vypočítané autokorelácie, kroskorelácie, koherencia a časovo-frekvenčné kroskorelácie pre súbor prijímačov. Bolo ukázané, že numericky simulovaný seizmický šum predstavuje náhodný proces s veľmi krátkou pamäťou pre všetky frekvencie v záujmovom intervale. V časovej aj frekvenčnej oblasti boli signály z rôznych prijímačov korelované len pre dvojice blízkych prijímačov a hodnoty maxím rýchlo klesali s rastúcou vzdialenosťou. To je dôsledkom faktu, že v blízkych prijímačoch prispieva k signálu viac spoločných zdrojov.

7. Aplikácia CWT na analýzu seizmického šumu zaznamenaného pri výbere lokalít seizmických staníc odhalila časové variácie spektrálneho obsahu a indikovala umelý pôvod niektorých zložiek šumu. Bol zistený typický charakter časovo-frekvenčnej reprezentácie (TFR) mobilných zdrojov šumu. Boli zistené technogénne zdroje rušenia s maximami na približne 2, 3 a 5 Hz. Analýza a interpretácia záznamov potvrdila, že TFA je vhodnejším nástrojom ako bežne používaná spektrálna hustota.

   Bola vyvinutá metóda, ktorá pomocou výpočtu modifikovanej TFR zemetrasenia umožňuje odhadnúť, nakoľko a v ktorých častiach signálu (frekvenčne aj časovo) by boli záznamy zvolených typov zemetrasení porušené kvôli úrovni a spektrálnemu zloženiu seizmického šumu na lokalite. Metóda umožňuje lepšie posúdiť vhodnosť skúmanej lokality pre kvalitnú registráciu zemetrasení. Metóda bola aplikovaná pri výbere lokalít staníc Národnej siete seizmických staníc. Pritom bol indikovaný odlišný charakter TFR zemetrasení z rôznych epicentrálnych oblastí..

LITERATÚRA

Apsel, R. J., Luco, J. E., 1983. On the Green's functions for a layered half-space. Part II, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73,** 931–951.

Anant, K. S., Dowla, F. U., 1997. Wavelet transform methods for phase identification in three component seismograms. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **87**, No. 6, 1598-1612.

Auger, F., Flandrin, P., 1995. Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **43**, 1068-1089.

Averbuch, A. Z., Meyer, F., Strömberg, J.-O., Coifman, R., Vassiliou, A., 2001. Low Bit-Rate Efficient Compression for Seismic Data. *IEEE Trans. Image Proc.*, **10**, No.12, 1801-1814.

Ayukov, S.V., Baturin, V.A., 1999. Application of matching pursuit time series decomposition to helioseismic data. *Proc. of the 9th European Meeting on Solar Physics, 'Magnetic Fields and Solar Processes'*, Florence, Italy, 12-18 September 1999, 37-42.

Bao, H, Bielak, J., Ghattas, O. , Kallivokas, L. F. , O'Hallaron, D. R. , Shewchuk, J. R., Xu, J. 1998. Large-scale simulation of elastic wave propagation in heterogeneous media on parallel computers, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **152**, 85-102.

Baraniuk, R. G., Jones, D. L., 1993. A signal dependent time-frequency representation: Optimal kernel design. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **41**, No.4., 1589-1602.

Bartosch, T. , Seidl, D., 1999. Spectrogram analysis of selected tremor signals using short-time Fourier transform and continuous wavelet transform. *Annali di Geofisica*, **42**, No. 3, 497-506.

Bartosch, T. , Steffen, P., 1999. Best basis analysis of broadband tremor signals. *Annali di Geofisica*, **42**, No. 3, 507-514.

Bastiaans, M. J., 1980. Gabor's expansion of a signal into Gaussian elementary signals. *Proceeedings of the IEEE*, **68**, 538-539.

Bendat, J. S., Piersol, A.G., 1980. *Engineering applications of correlation and spectral analysis*. John Wiley & Sons.

Bhattacharya, S. N., 1983. Higher order accuracy in multiple filter technique. *Bull. Seism. Soc. Am.,* **73**, No. 5, 1395-1406.

Bokelmann, G. H. R., Baisch, S., 1999. Nature of narrow band signals at 2.083 Hz**.** *Bull. Seism. Soc. Am.,* **89**, No. 1, 156-164.

Bonnefoy-Claudet, S., Cornou, C., Bard, P.-Y., Cotton, F., Moczo, P., Kristek, J., Fäh, D., 2005. H-V Ratio: a tool for site effects evaluation. Results from 1D noise simulations. *Geophys. J. Int.* (submitted).

Borman, P., 2002. *IASPEI New Manual of Seismological Observatory practice (NMSOP)*, Vol. I., GeoForschungsZentrum, Potsdam.

Boudreaux-Bartels, G. F., 1983. Time-frequency signal processing algorithms: Analysis and synthesis using Wigner distributions. *PhD. Dissertation*, Rice Univ., Houston, TX.

Boudreaux-Bartels, G. F., Parks, T. W., 1986. Time-varying filtering and signal estimation using Wigner distribution synthesis techniques. *IEEE Trans. ASSP*, ASSP-34, 442-451.

Bultan, A., 1999. A four-parameter atomic decomposition of chirplets. *IEEE Trans. Signal Proc*., **47** (3), 731–745.

Buresti, G., Lombardi, G., Bellazini, J., 2004. On the analysis of fluctuating velocity signals through methods based on the wavelet and Hilbert transforms. *Chaos, Solitons and Fractals,* **20**, 149-158.

Carmona, R., Hwang, W.-L., Tórresani, B., 1998. *Practical time-frequency analysis. Gabor and wavelet transforms with an implementation in S.* Academic Press.

Chakraborty, A., Okaya, D., 1995. Frequency-time decomposition of seismic data using wavelet based methods. *Geophysics*, **60**, No. 6, 1906-1916.

Chatfield, C., 1995. *The analysis of time series. An introduction. 5th ed*. Chapman & Hall.

Chávez-García, F. J., Ramos-Martínez, J., Romero-Jiménez, E., 1995. Surface-wave dispersion analysis in Mexico City. *Bull. Seism. Soc. Am*., **85**, No. 4, 1116-1126.

Chen, S. S., Donoho, D. L., Saunders, M. A., 1999. Atomic decomposition by Basis Pursuit. *SIAM journal on scientific computing*, **20**, No.1, 33-61.

Claasen, T. A. C. M. , Mecklenbrauker, W. F. G., 1980. The Wigner distribution – a tool for time-frequency signal analysis; Part II: Discrete time signals. *Philips J. Res*., **35**, 276-300.

Cohen, J. C., Chen, T., 1994. Fundamentals of the discrete wavelet transform for seismic data processing. *Tech report CWP-130P*, Center for Wave Phenomena, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.

Cohen, L., 1995. *Time-frequency analysis*. Prentice Hall.

Cohen, I., Raz, S., Malah, D., 1997. Orthonormal shift invariant wavelet packet decomposition and representation. *Signal Processing*, **57**, 251-270.

Coifman, R., Wickerhauser, M. V., 1992. Entropy-based algorithms for best basis selection. *IEEE Trans. Inform. Theory*, **32**, No. 2, 712-718.

Daubechies, I., 1992. *Ten lectures on wavelets*. SIAM.

Davis, G., Mallat, S. G., Zhang, Z., 1994. Adaptive time-frequency approximations with matching pursuits. *Technical Report 657*, Computer Science Department, New York University.

Davis, G., Mallat, S. G., Zhang, Z., 1995. Adaptive time-frequency approximations with matching pursuits. In *Wavelets: Theory, algorithms and applications*. Chui, C.K., Montefusco, L., Puccio, L. (Eds), Academic Press, 271-294.

Day, S. M., Bielak, J., Dreger, D., Graves, R., Larsen, S. , Olsen, K., Pitarka, A. 2003. *Tests of 3D elastodynamic codes: Final report for Lifelines Project 1A02*, Pacific Earthquake Engineering Research Center.

Diallo, M. S, Kulesh, M., Holschneider, M., Scherbaum, F., 2005. Instantaneous polarization attributes in the time-frequency domain and wave field separation,. *Geophys. Prosp.*, **53**, 723-731.

Durka, P. J., Ircha, D., Blinowska, K. J., 2001. Stochastic time-frequency dictionaries for matching pursuit. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **49**, No. 3, 507-519.

Dziewonski, A., Bloch, S., Landisman, M., 1969. A technique for the analysis of transient seismic signals. *Bull. Seism. Soc. Am*., **59**, 427-444.

Dziewonski, A., Mills, J., Bloch, S., 1972. Residual dispersion measurement – a new method of surface wave analysis. *Bull. Seism. Soc. Am*., **62**, No. 1, 129-139.

Dziewonski, A., Hales, 1972. Numerical analysis of dispersed seismic waves. In *Methods in computational physics. Volume 11. Seismology: surface waves and Earth oscillations*. Bolt, B. A., Berni, A., Fernbach, S., Rotenberg, M. (Eds.), Academic press, 39-84.

Fäh, D., Kind, F., Giardini, D., 2001. A theoretical investigation of average H/V ratios. *Geophys. J. Int*., **145**, 535–549.

Fäh, D., Kind, F., Giardini, D., 2003. Inversion of local S-wave velocity structures from average H/V ratios, and their use for the estimation of site-effects. *J. Seismology,* **7,** 449–467.

Feng, C. C., Teng, T., 1983. An error analysis of FTAN, *Bull. Seism. Soc. Am*., **73**, No.1, 143-156.

Field, E., H., the SCEC Phase III Working Group, 2000. Accounting for Site Effects in Probabilistic Seismic Hazard Analyses of Southern California: Overview of the SCEC Phase III Report. *Bull. Seism. Soc. Am*., **90**, No.6B, S1-S31.

Flandrin, P., 1999. *Time-frequency / time-scale analysis*. Academic Press.

Fojtíková, L., Kristeková, M., 2003. Meranie a analýza seizmického šumu pri výbere lokalít pre seizmické stanice v rámci projektu: Modernizácia a doplnenie národnej siete seizmických staníc. *V. celoslovenská geofyzikálna konferencia*, FMFI UK, Bratislava (poster).

Gabor, D., 1946. Theory of communication. *J IEE (London)*, **93** No. III, 429-457.

GARCH Toolbox for Matlab (documentation), 2005. The MathWorks, Inc., *http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/garch/autocorr.html*

Gendron, P., Ebel, J.E., Manolakis, D., 2000. Rapid joint detection and classification with wavelet bases via bayes theorem, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **90**, 764-774.

Gendron, P., Nandram, B., 2001. An Empirical Bayes Estimator of Seismic Events using Wavelet Packet Bases. *J. Agricul., Biolog., Environ. Stat.* **6,** No. 3, 379–406.

Graves, R.W., 1996. Simulating seismic wave propagation in 3D elastic media using staggered-grid finite differences, *Bull. Seism. Soc. Am.* **86**, 1091-1106.

Gribonval, R., Bacry, E., Mallat, S. G., Depalle, Ph., Rodet, X., 1996. Analysis of sound signals with high resolution matching pursuit. *Proc. of the IEEE-SP Int. Sym. on Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 125-128.

Grinboval, R., 2001. Fast Matching Pursuit with a Multiscale Dictionary of Gaussian chirps. IEEE *Trans. Signal Proc.*, 49, No.5, 994-1001.

Guo, H., Burrus, C. S., 1996. Phase-preserving compression of seismic data using the self-adjusting wavelet transform. *Proc. of the NASA Comb. Industry, Space Earth Sci. Data Compress. Workshop*, April 4, 1996*,* Snowbird, Utah.

Herrmann, F., 2000. Quantitative tools for seismic stratigraphy and lithology characterization. Chapter in the *Industry Consortia Annual report.* Earth Res. Lab., MIT, Massachusetts.

Herrmann, F., 2001. Fractional spline matching pursuit: a quantitative tool for seismic stratigraphy.*, SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **20,** 1965-1968.

Herrmann, R. B., 1973. Some aspects of band-pass filtering of surface waves. *Bull. Seism. Soc. Am*., 63, No.2, 663-671.

Herrmann, R. B., 2002. *Computers programs in seismology*, 6 Vols., Saint Louis University Missouri.

Holschneider, M., 1995. *Wavelets: An Analysis Tool*, Clarendon Press, Oxford.

Holschneider, M., Diallo, M. S., Kulesh, M., Scherbaum, F., Ohrnberger, M., Lueck, E., 2005. Characterization of dispersive surface waves using continuous wavelet transforms. *Geophys. J. Int*. (in press).

Igel, H., Barsch, R., Moczo, P., Vilotte, J.-P., Capdeville, Y., Vye, E., 2005. The EU SPICE Project: a digital library with codes and training material in computational seismology, *Eos Trans. AGU* **86** (52), Fall Meet. Suppl., Abstract S13A-0179.

Jaggi, S., Karl, W., Mallat, S., Willsky, A., 1995. High-resolution pursuit for feature extraction. *Technical Report*, MIT, Massachusetts.

Jaggi, S., Karl, W., Mallat, S., Willsky, A., 1998. High-resolution pursuit for feature extraction. *App. and Comp. Harmonic Analysis*, **5**, 428-449.

Joswig, M., 1990. Pattern recognition for earthquakes detection. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **80,** No.1, 170-186.

Joswig, M., 1999. Automated processing by seismograms by SparseNet. *Seis. Res. Lett.*, **70**, No.6, 705-711.

Kim, D.-S., Park, H.-C., 2001. Evaluation of the dispersive phase and group velocities using harmonic wavelet transform. *NDT and E International*, **34**, No. 7, 457-467.

Kim, D.-S., Park, H.-C., 2002. Determination of dispersive phase velocities for SASW method using harmonic wavelet transform. *Soil Dyn. Earthq. Engng*, **22**, No. 8, 675-684.

Kebede, F., Vuan, A., Costa, G., Mammo, T., Panza, G. F., 1996. Shear wave velocity structure of northern and north-eastern Ethiopia. *Acta Geod. Geoph. Hung.*, **31**, 145-159.

Kobayashi, K., 1980. A method for presuming deep ground soil structures by means of longer period microtremors, *Proc. of the* 7^{th} *WCEE*, Sep. 8-13, 1980, Istanbul, Turkey, 1, 237-240.

Kocaoglu, A. H., Long, L. T., 1993. A review of time-frequency analysis techniques for estimation of group velocities. *Seism. Res. Lett*., **64**, No.2, 157-167.

Kodera, K., de Villedary, C., Gendrin, R., 1976. A new method for the numerical analysis of non-stationary signals. *Phys. Earth Plan. Int.*, **12**, 142-150.

Konstantinou, K. I., Nolet, G., Morgan, W. J., Allen, R. M., Pritchard, M.J., 2000. Seismic phenomena associated with the Vatnajokull eruption, central Iceland. *J. Volcanology Geotherm. Res.*, **102**, 169-187.

Konstantinou, K. I., Schlindwein, V., 2002. Nature, wavefield properties and source mechanism of volcanic tremor: a review. *J. Volcanology Geotherm. Res.*, **2511**, 1-25.

Kováčová, M., 2001. Wavelet denoising using sure and generalized cross validation method in analyses of seismic signals. *In: Moderní matematické metódy v inženýrství*, Dolní Lomná, Jablunkov, 128-133.

Kováčová, M., Kristeková, M., 1999. Application of the discrete wavelet transform to signal filtration. *Contr. Geophys. Geod.*, **29**, 130.

Kováčová, M., Kristeková, M., 2001. Wavelet denoising in analyses of seismic signals. *Contr. Geophys. Geod.*, **31**, 18.

Kováčová, M., Kristeková, M., 2002. New version of matching pursuit decomposition with correct representations of linear chirps. *Proc. ALGORITMY 2002 Conf. on Sci. Comput.*, 33-41.

Kristek, J., Moczo, P., 2002. Program package NOISE. *Deliverable No.2. SESAME project consortium.*

Kristeková, M. a kolektív riešiteľov projektu, 2004. Podklady pre výber lokalít pre seizmické stanice a analýzu meraní seizmického šumu. I.-III. *(Interný pracovný materiál)*. Vypracované v rámci projektu Modernizácia a doplnenie národnej siete seizmických staníc, Geofyzikálny ústav SAV, Bratislava.

Kristeková, M., Kováčová, M., 2001. Time-frequency analysis of seismic signals. *Contr. Geophys. Geod.*, **31**, 17.

Kristeková, M., Kováčová, M., 2002. A new tool for time – frequency analysis of signals with nonlinear dispersion: "Quadratic" matching pursuit decomposition. *Book of abstracts*. European Seismological Commission (ESC) XXVIII General Assembly, Genoa, 1.-6. 9. 2002. Abstract SCB-O-08-P.

Kristeková, M., Kristek, J., Moczo, P., Day, S.M., 2006. Misfit Criteria for Quantitative Comparison of Seismograms. *Bull. Seism. Soc. Am*. (submitted).

Kristeková, M., Skáčiková I., 1997. Detection capability of selected seismic stations in central Europe. *Studia Geoph. Geod.*, **41**, 149-163.

Kulesh, M., Holschneider, M., Diallo, M. S., Xie, Q., Scherbaum, F., 2005. Modeling of wave dispersion using continuous wavelet transforms. *PAGEOPH* **162**, 843-855.

Landisman, M., Dziewonski, A., Sato, Y., 1969. Recent improvements in the analysis of surface wave observations. *Geophys. J.,* **17**, 369-404.

Lardies, J., Gouttebroze, S., 2002. Identification of modal parameters using the wavelet transform. *Int. J. Mech. Sci.* **44**, 2263–2283.

Larsen, S., Grieger, J. 1998. Elastic modeling initiative, Part III: 3-D computational modeling. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **17**, 1803-1806.

Lessage P., Glangeaud, F., Mars, J., 2002. Applications of autoregressive models and time-frequency analysis to the study of volcanic tremor and long period events. *J. Volcanology Geotherm. Res.*, **114**, 391-417.

Levshin, A. L., Pisarenko, V. F., Pogrebinski, G. A., 1972. On a frequency-time analysis of oscillations, *Ann. Geophys*., **28**, 211-218.

Levshin, A. L., Ratnikova, L., Berger, J., 1992. Peculiarities of surface-wave propagation across central Eurasia. *Bull. Seism. Soc. Am*., **82**, No. 6, 2464-2493.

Levshin, A. L., Ritzwoller, M. H., Barmin, M. P., Stevens, J. L., 2001. Short period group velocity measurements and maps in central Asia, *Proc. of the 23rd Seismic Research Revie*w, Vol. I, 258 - 269.

Levshin, A. L., Stevens, J. L., Ritzwoller, M. H., Adams, D. A., 2002. Short period (7-s to 15-s) group velocity measurements and maps in central Asia, *Proc. of the 24th Seismic Research Revie*w, 97 - 106.

Li, X., Wang B., Pann, K., Anderson, J., Deng, L., 1998. Fast migration using a matching pursuit algorithms. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **17,** 1732-1735.

Liu, K. H., Gao, S. S., 2001. Characterization of a continuous, very narrowband seismic signal near 2.08 Hz. *Bull. Seism. Soc. Am*., **91**, No. 6, 1910-1916.

Lou, M., Rial, J. A., 1995. Application of the wavelet transform in detecting multiple events of microearthquake seismograms. *Geophys. Res. Lett*., **22**, No. 16, 2199-2202.

Mallat, S., Zhang, Z, 1993. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **41**, No. 12, 3397-3415.

Mallat, S., 1998. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press.

Margrave, G. F., Lamoureux, M. P., 2002. Gabor deconvolution. *CSEG Annual Convention,* Calgary, Expanded Abstracts.

Mayers, S. D., Kelly, B. G., O'Brien, J. J., 1993. An introduction to wavelet analysis in oceanography and meteorology: with application to the dispersion of Yanai Waves. *Monthly Weather Review*, **121**, No. 10, 2858-2866.

Miao, X.G., Cheadle, S., 1998a. Noise Attenuation with Wavelet Transforms. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **17,** 1072-1075.

Miao, X.G., Cheadle, S., 1998b. High-resolution seismic data analysis by wavelet transform and matching pursuit decomposition. *Geotriad`98 Joint Convention*, Calgary, Canada, Abstracts.

Moczo, P., Ampuero, J.-P., Kristek, J., Gális, M., Day, S. M., Igel, H., 2005. The European Network SPICE Code Validation, *Fall Meet. Suppl., Eos Trans. AGU* **86,** No. 52, Abstract S13A-0180.

Moczo, P., Kristek, J., Kristeková, M., Archuleta, R. J., 2001. Accuracy of the 3D finite-difference modeling of earthquake ground motion for real sites, *Fall Meet. Suppl., EOS Trans. AGU*, **82**, No. 47, Abstract S32D-10**.**

Moczo, P., Kristek, J., Kristeková, M., Lucká, M., 1998. Efficient technique for 3D modeling of earthquake ground motion based on the finite-difference method. *In.: Bisch, P. et al., Proc. of the 11th ECEE*, Balkema, Rotterdam. (CD-ROM)

Moczo, P., Labák, P., Kristek, J., Hron, F., 1996. Amplification and differential motion due to an antiplane 2D resonance in the sedimentary valleys embedded in the layer over the half-space. *Bull. Seism. Soc. Am*., **86**, No. 5, 1434-1446.

Moczo, P., Lucká, M., Kristek, J., Kristeková, M., 1999. 3D displacement finite differences and a combined memory optimization. *Bull. Seism. Soc. Am*., **89**, No. 1, 69-79.

Nagano, K., Niitsuma, H., 2000. Dispersion analysis of crack-waves in an artificial subsurface fracture using two crack models. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **38**, No. 1, 3-11.

Nakamura, Y., 1989. A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface, *QR RTRI*, 30, 25–33.

Nakamura, Y., 2000. Clear identification of fundamental idea of Nakamura's technique and its applications, *Proc. of the XII World Conf. Earthquake Engineering,* New Zealand, Paper no. 2656.

Nakanishi, I., Anderson, D. L., 1982. Worldwide distribution of group velocity of mantle Rayleigh waves as determined by spherical harmonic inversion. *Bull. Seism. Soc. Am*., **72**, No. 4, 1185-1194.

Nakanishi, I., Anderson, D. L., 1984. Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneity and anisotropy – II. Analysis by the single-station method. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **78**, 573-617.

Nawab, S., Quatieri, T., 1988. Short-time Fourier transform. In *Advanced topics in signal processing*. Lim, J. S., Oppenheim, A.V. (Eds.), Prentice Hall.

Neidell, N. S.., Turhan Taner, M., 1971. Semblance and other coherency measures for multichannel data. *Geophysics*, **36**, No. 3, 482-497.

Nogoshi, M., Igarashi, T., 1971. On the amplitude characteristics of microtremor (Part 2), *Jour. Seism. Soc. Japan*, **24**, 26-40 (in Japanese with English abstract).

Nunziata C., Costa G., Natale M., Panza G. F., 1999. FTAN and SASW methods to evaluate Vs of neapolitan pyroclastic soils. In: *Eartquake Geotechnical Engineering*, Balkema, **1**, 15-19.

Ooninck, P.J., 1999. A wavelet method for detecting S-waves in seismic data, *Comp. Geosciences*, **3**, 111-134.

Odegard, J. E., Baraniuk, R. G., Oehler, K. L., 1997. Instantaneous frequency estimation using the reassignment method. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **16,** 1941-1944.

Olsen, K. B., 1994. Simulation of three-dimensional wave propagation in the Salt Lake Basin, *Ph.D. Thesis*, University of Utah, Salt Lake City, Utah, 157 p.

Parolai, S., Bard, P.-Y., 2003. Evaluation of site effects by means of Joint Analysis of sonogram and Standard Spectral Ratio (JASSSR). *J. Seismology*, **7**, 479-492.

Patane, D., Ferrari, F., 1999. ASDP: a PC based program using a multi-algorithm approach for automatic detection and location of local earthquakes. *Phys. Earth Plan. Int.*, **113**, 57-74.

Pati, Y. C., Rezaiifar, R., Krishnaprasad, P. S., 1993. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition. In *Proc. of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers* (A. Singh, ed.), 40-44.

Pedersen, F., 1997. Joint time frequency analysis in digital signal processing. *Ph.D. Dissertation*, Department of Communication technology, Institute of Electronic Systems, Aalborg University, Denmark.

Peterson, J., 1993. Observations and modeling of seismic background noise. *U.S. Geol. Survey Open-File Report*, **95**, 93-322.

Petrosino S., La Rocca M., Del Pezzo E., 1999. Shallow velocity model of the northern flank of Stromboli Volcano, deduced by high frequency surface wave dispersion. *J. Seismology*, **1**, 83-94.

Petrosino, S., Cusano, P., Saccorotti, G., Del Pezzo, E., 2002. Seismic attenuation and shallow velocity structures at Stromboli Volcano, Italy. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **92**, No. 3, 1102-1116.

Plešinger, A., Wielandt, E, 1974. Seismic noise at 2 Hz in Europe, *J. Geophys.,* **40,** 131–136.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Wetterling, W. T., Flannery, B. P., 1992. *Numerical recipies in Fortran: The art of scientific computing*. Cambridge University Press.

Pyrak-Nolte, L. J., Nolte, D. D., 1995. Wavelet analysis of velocity dispersion of elastic interface waves propagating along the fracture. *Geophys. Res. Lett.*, **22**, No. 11, 1329-1332.

Qian, S., Morris, J. M., 1992. Wigner distribution decomposition and cross-term deleted representation. *Signal Processing*, **27**, No. 2, 125-144.

Qian, S., Chen, D., 1994. Signal representation using adaptive normalized Gaussian functions. *Signal Processing*, **36**, 1-11.

Qian, S., Chen, D., 1996. *Joint Time-frequency analysis*. Prentice Hall.

Qian, S., 2002. *Introduction to time-frequency and wavelet transforms*. Prentice Hall.

Raykova, R. B., Nikolova, S. B., 2002. Anisotropy in the Earth's Crust and the Uppermost Mantle in the Southeastern Europe Obtained from Rayleigh and Love Surface Waves. *Proc. of the 10th International Workshop on Seismic Anisotropy,* Tutzing, Germany.

Rial, J. A., 1996. The anomalous seismic response of the ground at the Tarzana hill site during the Northridge 1994 southern California earthquake: A resonant, Sliding Block? *Bull. Seism. Soc. Am.*, **86**, No. 6, 1714-1723.

Rioul, O., Flandrin, P., 1992. Time-scale energy distributions: A general class extending wavelet transforms. *IEEE Trans. Signal Proc.*, **40**, 1746-1757.

Sato, T., Graves, R. W., Somerville, P., G., 1999. Three-dimensional finite-difference simulations of long-period strong motions in the Tokyo Metropolitan area during the 1990 Odawara earthquake (M_j 5.1) and the great 1923 Kanto earthquake (M_s 8.2) in Japan. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, No.3, 579-607.

Scholl, J. F., Agre, J. R., Clare, L. P., 1998. Wavelet Packet Based Target Classification Schemes. *Proc. of the 1998 Meeting of the IRIS Specialty Group on Acoustic and Seismic Sensing*, Sep. 29 – Oct. 1, 1998, APL/Johns Hopkins University, Laurel MD.

Shiono, K., Ohta, Y., Kudo, K., 1979. Observation of 1 to 5 sec microtremors and their applications to earthquake engineering, Part VI: existence of Rayleigh wave components, *J. Seism. Soc. Japan*, **32**, 115-124 (in Japanese with English abstract).

Signal Processing Toolbox for Matlab (documentation), 2005. The MathWorks, Inc., *http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/signal/*

Steeghs, P., Drijkoningen, G. G., 1995. Time-frequency analysis of seismic sequences. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **14,** 1528-1531.

Talandier, J., Hyvernaud, O., Okal, E. A., Piserchia, P.-F., 2002. Long-range detection of hydroacustic signals from large icebergs in the Ross Sea, Antarctica. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **203**, 519-534.

Tobback, T., Steeghs, P., Drijkoningen, G. G., Fokkema, J. T., 1996. Decomposition of seismic signals via time-frequency representations. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **15,**1638-1641.

Torrence, Ch., Compo, G. P., 1998. A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, **79**, No. 1, 61-78.

Vaidyanathan, P., 1993. *Multirate Systems and filter Banks*. Prentice Hall.

Verhelst, F., 1998. Local wavelet attributes (amplitude, phase and scale) for geological characterization. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **17,** 624-627.

Villaseñor, A., Ritzwoller, M. H., Levshin, A. L., Barmin, M. P., Engdahl, E. R., Spakman, W., Trampert, J., 2001. Shear velocity structure of central Eurasia from inversion of surface wave velocities. *Phys. Earth Plan. Int.,* **123**, 169–184.

Ville, J., 1948. Theorie et applications, de la notion de signal analytique. *Cables et Transmissions*, **2**, 61-74.

Vuan, A., R. Cazzaro, R., Costa, G., Russi, M., Panza, G. F., 1999. S-wave velocity models in the Scotia Sea region, Antarctica, from nonlinear inversion of Rayleigh waves dispersion. *PAGEOPH*, **154**, 121-139.

Wang, B., Pann, K., 1996. Kirchhoff migration of seismic data compressed by matching pursuit decomposition, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, **15**, 1642-1645.

Wickerhauser, M. V., 1994. *Adapted wavelet analysis from theory to software*. IEEE Press.

Wigner, E. P., 1932. On the quantum correction for the thermodynamic equilibrium. *Phys. Rev.*, **40**, 749-759.

Yamada, T., Yomogida, K., 1997. Group velocity measurement of surface waves by the wavelet transform, *J. Phys. Earth*, **45**, 313-329.

Yamanaka, H., Kayuoh, S., Takanori, S., 1989. Effects of sedimentary layers on surface-wave propagation. *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, No. 3, 631-644.

Yomogida, K., 1994. Detection of anomalous seismic phases by the wavelet transform. *Geophys. J. Int.*, **116**, 119-130.

PRÍLOHY

Program RWFT

Program RWFT počíta časovo-frekvenčnú reprezentáciu metódou pohyblivého okna s možnosťou použitia metódy relokalizácie v časovej, frekvenčnej alebo oboch oblastiach.

Vstupné súbory

Program RWFT požaduje dva vstupné súbory:

- pomocný súbor obsahujúci riadiace parametre výpočtu,
- vstupný súbor obsahujúci časový signál.

Pomocný súbor 'HFRWFT'

Súbor je typu ASCII a obsahuje niekoľko riadiacich premenných zoskupených v dvoch fortranovských 'namelist-och'.

```
NAMELIST /CONTROL_DATA/   INP_FILE, TB, TE, DT, N, FMAX, FMIN,&
                          KEY_LOG, WTW, TW_TYPE, OFMAX, KNFFT,      &
                          K1, K2, K3, K4
```

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
INP_FILE	A20	Meno vstupného súboru obsahujúceho časový signál. Program doplní k menu príponu '.DAT'
TB	real	Čas prvej vzorky vstupného časového signálu [s] (predvolené: 0)
TE	real	Čas poslednej vzorky vstupného časového signálu [s]. (predvolené: $(N-1)\cdot DT$)
DT	real	Časový krok [s].
N	integer	Počet vzoriek vstupného časového signálu.
FMAX	real	Maximálna frekvencia, po ktorú chceme počítať WFT (predvolené: Nyquistova frekvencia) [Hz]
FMIN	real	Minimálna frekvencia, od ktorej chceme počítať WFT [Hz]. (predvolené: 0 ak KEY_LOG = F , FMAX/1000 ak KEY_LOG = T)

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
KEY_LOG	logical	TRUE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v logaritmickej mierke; FALSE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v lineárnej mierke. (predvolené: FALSE)
WTW	real	Šírka časového okna použitého pri metóde pohyblivého okna WFT [s].
TW_TYPE	integer	1 – obdĺžnikové časové okno, na okrajoch zhladené funkciou kosínus (predvolené:1)
OFMAX	integer	Počet zapísaných frekvenčných vzoriek vo výslednej TF rovine. (predvolené: 500)
KNFFT	integer	Exponent udávajúci počet vzoriek použitých pri výpočte rýchlej Fourierovej transformácie, t.j. 2^{KNFFT}. (predvolené: 15)
K1	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie v časovej aj vo frekvenčnej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: TRUE)
K2	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie v časovej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: FALSE)
K3	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie vo frekvenčnej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: FALSE)
K4	logical	TRUE: zapíše vypočítanú časovo-frekvenčnej reprezentácie bez použitia metódy relokalizácie. (predvolené: TRUE)

NAMELIST /TYPE_1/ PERC

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
PERC	real	Percentuálna čast $\langle 0,1 \rangle$ časového okna, ktorá je ovplyvnená funkciou kosínus, t.j. funkcia kosínus je použitá v prvej a poslednej PERC časti okna.

Vstupný súbor INP_FILE + '.DAT'

Súbor je typu ASCII a obsahuje N riadkov. V každom riadku je zapísaná jedna hodnota odpovedajúca vstupnému časovému signálu, pričom prvá hodnota odpovedá času TB, posledná času TE.

Výstupné súbory

Podľa hodnoty vstupných premenných K1, K2, K3 a K4 program RWFT zapisuje nasledujúce výstupné súbory, ktoré môžu byť ďalej vizualizované programom TFplot.

Výstupný súbor INP_FILE + 'o.GRD'

Súbor je generovaný, ak K4 = .TRUE. Súbor je typu binary a sú v ňom sekvenčne zapísané nasledujúce premenné:

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
TFA	A3	Typ TFA analýzy :'WFT'
WTW, TW_TYPE, PERC, N, DT, TB, TE, FMIN, FMAX, OFMAX, KEY_LOG	*ako vstupné parametre*	
V(1:N)	real, dimension (N)	Vstupný časový signál
abs (WV (1:N+1,1:OFMAX))	real, dimension (N+1, OFMAX)	Pole obsahujúce časovo-frekvenčnú reprezentáciu vstupného signálu. Vektor WV(N+1,:) obsahuje informáciu o okraji oblasti ovplyvnenej koncovými efektami.

Výstupný súbor INP_FILE + 'r.GRD'

Súbor je generovaný, ak K1 = .TRUE. Súbor je typu binary a sú v ňom zapísané sekvenčne premenné ako v pripade súboru INP_FILE + 'o.GRD'.

Výstupný súbor INP_FILE + 't.GRD'

Súbor je generovaný, ak K2 = .TRUE. Súbor je typu binary a sú v ňom zapísané sekvenčne premenné ako v pripade súboru INP_FILE + 'o.GRD'.

Výstupný súbor INP_FILE + 'f.GRD'

Súbor je generovaný ak K3 = .TRUE. Súbor je typu binary a sú v ňom zapísané sekvenčne premenné ako v pripade súboru INP_FILE + 'o.GRD'.

Program RCWT

Program RCWT počíta časovo-frekvenčnú reprezentáciu metódou spojitej wavelet transformácie s možnosťou použitia metódy relokalizácie v časovej, frekvenčnej alebo v oboch oblastiach.

Vstupné súbory

Program RCWT požaduje dva vstupné súbory:

- pomocný súbr obsahujúci riadiace parametre výpočtu,
- vstupný súbor obsahujúci časový signál.

Pomocný súbor 'HFRCWT'

Súbor je typu ASCII a obsahuje niekoľko riadiacich premenných zoskupených v dvoch fortranovských 'namelist-och'.

```
NAMELIST /CONTROL_DATA/   INP_FILE, TB, TE, DT, N, FMAX, FMIN,&
                          KEY_LOG, WVLT_TYPE, PCOI, OFMAX, KNFFT,   &
                          K1, K2, K3, K4
```

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
INP_FILE	A20	Meno vstupného súboru obsahujúceho časový signál. Program doplní k menu príponu '.DAT'
TB	real	Čas prvej vzorky vstupného časového signálu [s] (predvolené: 0)
TE	real	Čas poslednej vzorky vstupného časového signálu [s]. (predvolené: $(N-1)\cdot DT$)
DT	real	Časový krok [s].
N	integer	Počet vzoriek vstupného časového signálu.
FMAX	real	Maximálna frekvencia, po ktorú chceme počítať CWT (predvolené: Nyquistova frekvencia) [Hz]
FMIN	real	Minimálna frekvencia, od ktorej chceme počítať CWT [Hz]. (predvolené: 0 ak KEY_LOG = F , FMAX/1000 ak KEY_LOG = T)

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
KEY_LOG	logical	TRUE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v logaritmickej mierke; FALSE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v lineárnej mierke. (predvolené: FALSE)
PCOI	real	Hodnota parametra na určenie COI. (predvolené: e^{-2})
WVLT_TYPE	integer	Typ použitého waveletu 1 – Morlet, 2 – Paul, 3 – Mexican hat
OFMAX	integer	Počet zapísaných frekvenčných vzoriek vo výslednej TF rovine. (predvolené: 500)
KNFFT	integer	Exponent udávajúci počet vzoriek použitých pri výpočte rýchlej Fourierovej transformácie, t.j. 2^{KNFFT}. (predvolené: 15)
K1	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie v časovej aj vo frekvenčnej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: TRUE)
K2	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie v časovej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: FALSE)
K3	logical	TRUE: aplikuje vo výpočte časovo-frekvenčnej reprezentácie metódu relokalizácie vo frekvenčnej oblasti a výsledok zapíše. (predvolené: FALSE)
K4	logical	TRUE: zapíše vypočítanú časovo-frekvenčnej reprezentácie bez použitia metódy relokalizácie. (predvolené: TRUE)

NAMELIST /TYPE_1/ W0

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
W0	real	Parameter ω_0 pre Morletov wavelet.

NAMELIST /TYPE_2/ M

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
M	integer	Rád Paulovho waveletu.

NAMELIST /TYPE_3/ M

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
M	integer	Rád Mexican hat waveletu.

Vstupný súbor INP_FILE + '.DAT'

Súbor je typu ASCII a obsahuje N riadkov. V každom riadku je zapísaná jedna hodnota odpovedajúca vstupnému časovému signálu, pričom prvá hodnota odpovedá času TB, posledná času TE.

Výstupné súbory

Podľa hodnoty vstupných premenných K1, K2, K3 a K4 program RCWT zapisuje výstupné súbory podobného formátu ako program RWFT, s názvami vytvorenými tým istým spôsobom. Tieto súbory môžu byť ďalej vizualizované programom TFplot.

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
TFA	A3	Typ TFA analýzy :'CWT'
WVLT_TYPE, W0 alebo M, N, DT, TB, TE, FMIN, FMAX, OFMAX, KEY_LOG	*ako vstupné parametre*	
V(1:N)	real, dimension (N)	Vstupný časový signál
abs (WV (1:N+1,1:OFMAX))	real, dimension (N+1, OFMAX)	Pole obsahujúce časovo-frekvenčnú reprezentáciu vstupného signálu. Vektor WV(N+1,:) obsahuje informáciu o okraji oblasti ovplyvnenej koncovými efektami.

Program MPD_2

Program MPD_2 počíta MP („Matching pursuit") dekompozíciu vstupného časového signálu pomocou časovo-frekvenčných atómov z Gaborovho slovníka, a to buď pomocou originálneho, alebo zovšeobecneného lineárneho alebo kvadratického slovníka atómov. Iteračný výpočet je možné interaktívne ukončiť vytvorením súboru s názvom 'STOP' v adresári, kde bol program MPD_2 spustený. Inak výpočet skončí, keď veľkosť rezidua klesne pod hodnotu EPSILON. Získanú dekompozíciu možno potom spracovať programom Bk2WD, ktorý pre nájdené časovo-frekvenčné atómy vytvorí zodpovedajúcu TFR.

Vstupné súbory

Program MPD_2 požaduje dva vstupné súbory:

- pomocný súbor obsahujúci riadiace parametre výpočtu,
- vstupný súbor obsahujúci časový signál.

Pomocný súbor 'HFMPD'

Súbor je typu ASCII a obsahuje riadiace premenné, zoskupené vo fortranovskom 'namelist-e'.

```
NAMELIST /CONTROL_DATA/   INP_FILE, TB, TE, DT, N, EPSILON,    &
                          TYPE_D
```

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
INP_FILE	A20	Meno vstupného súboru obsahujúceho časový signál. Program doplní k menu príponu '.DAT'
TB	real	Čas prvej vzorky vstupného časového signálu [s] (predvolené: 0)
TE	real	Čas poslednej vzorky vstupného časového signálu [s]. (predvolené: $(N-1)\cdot DT$)
DT	real	Časový krok [s].
N	integer	Počet vzoriek vstupného časového signálu.
EPSILON	real	Epsilon hodnota veľkosti rezidua, pri ktorej sa skončí dekompozícia (predvolené: 0.001)

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
TYPE_D	A1	Typ MPD o – originálna, l – lineárna, q – kvadratická

Vstupný súbor INP_FILE + '.DAT'

Súbor je typu ASCII a obsahuje N riadkov. V každom riadku je zapísaná jedna hodnota odpovedajúca vstupnému časovému signálu, pričom prvá hodnota odpovedá času TB, posledná času TE.

Výstupné súbory

Program MPD_2 generuje veľké množstvo výstupných súborov:

- súbor obsahujúci nájdené parametre dekompozície,
- súbory obsahujúce jednotlivé TF atómy,
- súbor obsahujúcii reziduum po dekompozícii.

Výstupný súbor 'BOOK.ORI'

Súbor je typu ASCII a obsahuje toľko riadkov, koľko atómov sa podarilo pri dekompozícii identifikovať. Predstavuje zápis tzv. knihy štruktúry MPD. V každom riadku je formátovane zapísaných 9 veličín: koeficient dekompozície a súbor parametrov popisujúcich nájdený atóm. Význam symbolov v hlavičke súboru je nasledovný:

Označenie v hlavičke súboru	*Popis*
N	poradové číslo atómu
<RnF,G_gama,fi>	koeficient $\left\langle R^n x, g_{\gamma_n} \right\rangle$ dekompozície podľa vzťahu (34)
scale [s]	parameter s nájdeného atómu
position [s]	parameter u nájdeného atómu
frequency [Hz]	parameter ξ nájdeného atómu
Fi [rad]	fáza komplexného skalárneho súčinu $\left\langle \hat{R}^n x, g_{\gamma_n} \right\rangle$

Označenie v hlavičke súboru	*Popis*
K_gamma,fi	premenná $K_{\gamma,\phi}$ používaná vo výpočte MPD (podľa *Mallat a Zhang 1993*)
bez označenia	parameter ξ_1 nájdeného atómu (len ak je použitá lineárna alebo kvadratická MPD)
bez označenia	parameter ξ_2 nájdeného atómu (len ak je použitá kvadratická MPD)

Výstupné súbory 'VECxxx.DAT'

Súbory typu ASCII obsahujúce dva stĺpce údajov. Prvý odpovedá času, druhý hodnote časovej funkcie atómu. Poradové číslo TF atómu je v názve súboru namiesto znakov xxx. V súbore 'BOOK.ORI' je označené ako N a nachádza sa v prvom stĺpci.

Výstupný súbor 'VECRES.DAT'

Súbor typu ASCII obsahujúci dva stĺpce údajov. Prvý odpovedá času, druhý hodnote časovej funkcie rezidua, ktoré ostalo po dekompozícii.

Program BK2WD

Program Bk2WD počíta tzv. spätnú projekciu, ktorá umožňuje zredukovať aproximačnú chybu výpočtu dekompozície. Zároveň pomocou Wignerovej distribúcie nájdených TF atómov a koeficientov dekompozície vypočíta zodpovedajúcu distribúciu energie analyzovaného signálu v TF rovine. Výsledok môže byť zobrazený pomocou programu TFplot.

Vstupné súbory

Program BK2WD požaduje tri vstupné súbory:

- pomocný súbor obsahujúci riadiace parametre výpočtu,
- súbor BOOK.ORI, obsahujúci výsledky MP dekompozície,
- vstupný súbor , obsahujúci analyzovaný časový signál (ten istý ako pre program MPD_2).

Pomocný súbor 'HFBK2WG'

Súbor je typu ASCII a obsahuje riadiace premenné, zoskupené vo fortranovskom ‘namelist-e’.

```
NAMELIST /CONTROL_DATA/  OUT_FILE, TB, TE, DT, FMIN, FMAX, &
                         OFMAX, KEY_LOG, DICT, INP_FILE
```

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
INP_FILE	A20	Meno vstupného súboru obsahujúceho časový signál. Program doplní k menu príponu ‘.DAT‘
OUT_FILE	A10	Meno výstupného súboru obsahujúceho časový signál, zrekonštruovaný z TF atómov, najdených dekompozíciou (Použijú sa iba tie, ktoré majú v súbore BOOK.ORI poradové číslo N s kladným znamienkom.)
TB	real	Čas prvej vzorky vstupného časového signálu [s]
TE	real	Čas poslednej vzorky vstupného časového signálu [s].
DT	real	Časový krok [s].

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
FMAX	real	Maximálna frekvencia, po ktorú chceme počítať TFR (predvolené: Nyquistova frekvencia) [Hz]
FMIN	real	Minimálna frekvencia, od ktorej chceme počítať TFR [Hz]. (predvolené: 0 ak KEY_LOG = F , FMAX/1000 ak KEY_LOG = T)
KEY_LOG	logical	TRUE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v logaritmickej mierke; FALSE: výpočet realizovaný pre frekvencie s ekvidištantným krokom v lineárnej mierke. (predvolené: FALSE).
OFMAX	integer	Počet zapísaných frekvenčných vzoriek vo výslednej TF rovine. (predvolené: 500)
DICT	integer	Typ slovníka použitého pri MPD: 1 – originálny, 2 – lineárny, 3– kvadratický

Výstupné súbory

Program BK2WG, podobne ako MPD_2, generuje veľké množstvo výstupných súborov:

- súbor ‘BOOK.NEW‘ obsahujúci nové parametre dekompozície po spätnej projekcii,
- súbory 'VNxxx.DAT' obsahujúce jednotlivé TF atómy nájdené po spätnej projekcii,
- súbor 'VNRES.DAT’ obsahujúcii reziduum po spätnej projekcii,
- súbor OUT_FILE obsahujúci časový signál, zrekonštruovaný z TF atómov, najdených pomocou dekompozície a spätnej projekcie
- súbor ‘OUT.GRD‘ obsahujúci TFR signálu

Výstupný súbor 'BOOK.NEW'

Súbor má rovnakú štruktúru ako súbor ‘BOOK.ORI‘ vytvorený programom MPD_2. Obsahuje zápis novej knihy štruktúry MPD po vykonaní spätnej projekcie. Priradením záporného znamienka k poradovému číslu N pre konkréte časovo-frekvenčné atómy v tomto súbore je možné vylúčiť ich z výpočtu. To znamená, že spätná projekcia, výpočet TFR a rekonštrukcia signálu sa potom vykoná len pomocou časovo-frekvenčných atómov s kladným N.

Výstupné súbory 'VNxxx.DAT'

Súbory typu ASCII obsahujúce dva stĺpce údajov. Prvý odpovedá času, druhý hodnote časovej funkcie atómu nájdeného pri spätnej projekcii. Poradové číslo TF atómu je v názve súboru namiesto znakov xxx. V súbore 'BOOK.NEW' je označené ako N a nachádza sa v prvom stĺpci.

Výstupný súbor 'VNRES.DAT'

Súbor typu ASCII obsahujúci dva stĺpce údajov. Prvý odpovedá času, druhý hodnote časovej funkcie rezidua, ktoré ostalo po spätnej projekcii.

Výstupný súbor 'OUT.GRD'

Súbor je typu binary a sú v ňom sekvenčne zapísané nasledujúce premenné:

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
TFA	A3	Typ TFA analýzy :'MPD'
DICT, N, DT, TB, TE, FMIN, FMAX, OFMAX, KEY_LOG	*ako vstupné parametre*	
V(1:N)	real, dimension (N)	Vstupný časový signál
abs (WV (1:N+1,1:OFMAX))	real, dimension (N+1, OFMAX)	Pole obsahujúce časovo-frekvenčnú reprezentáciu vstupného signálu.

Program TFplot

Program TFplot zobrazuje výsledky časovo-frekvenčnej analýzy získané pomocou analyzačných programov zo SEISTFA. Program si zo vstupného súboru s výsledkami TFA zistí, aká metóda TFA bola použitá na analýzu a rovnako aj základné parametre TFA výpočtu. Tieto údaje sú spolu s aktuálnymi hodnotami parametrov zobrazovania ukázané na obrazovke. Program umožňuje počas vykresľovania výsledkov interaktívne meniť parametre zobrazovania (Obr. P1). Program pracuje v systéme Windows XP. Optimálne rozlíšenie obrazovky je 1280 x 1024 bodov.

Vstupné súbory

Program TFplot požaduje 4 vstupné súbory:

- pomocný súbor obsahujúci riadiace parametre zobrazovania,
- pomocný súbor obsahujúci názov súboru s vypočítanou časovo-frekvenčnou reprezentáciou, ktorý má byť zobrazený
- vstupný súbor obsahujúci časovo-frekvenčnú reprezentáciu.
- vstupný súbor obsahujúci definíciu farebnej škály pre vykresľovanie

Pomocný súbor 'HFTSFMOV'

Súbor je typu ASCII a obsahuje niekoľko riadiacich premenných zoskupených vo fortranovskom 'namelist-e'. Všetky premenné majú predvolené hodnoty, ktoré je možné zmeniť buď v tomto pomocnom súbore, alebo interaktívne počas vykresľovania.

```
NAMELIST /CONTROL_DATA/   KEY_SQ, KEY_SC, KEY_MAX, TMIN,
                          TMAX, FMIN, FMAX, KEY_GRID, KEY_SUMT,
                          KEY_AMPLOG, DES_FILE, CG, NDDT, NDT, NDDF,
                          NDF, TMINTIC, DTTICS, FMINTIC, DFTICS, MAG,
                          WW, COMENT
```

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
KEY_SQ	logical	TRUE: hodnoty zo vstupného súboru vykreslí ako umocnené na druhú, FALSE: vykreslí priamo hodnoty zo vstupného súboru. (predvolené: TRUE)

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
KEY_SC	logical	TRUE: načíta hodnotu MAXSC z ďalšieho riadku, uvedenú za lomítkom. MAXSC definuje hodnotu zodpovedajúcu maximu na farebnej škále. FALSE: maximum na farebnej škále zodpovedá maximálnej hodnote zo zobrazeného časovo-frekvenčného výrezu, t.j. lokálne škálovanie. (predvolené: FALSE)
KEY_MAX	logical	TRUE: vykreslí polohu najdeného maxima pre každú časovú vzorku. (predvolené: FALSE)
TMIN	real	Počiatočný čas, od ktorého majú byť zobrazené vypočítané výsledky (predvolené: počiatočný čas v TFA výpočte [s].
TMAX	real	Koncový čas, po ktorý majú byť zobrazené vypočítané výsledky (predvolené: koncový čas v TFA výpočte [s].
FMIN	real	Minimálna frekvencia, od ktorej majú byť zobrazené vypočítané výsledky (predvolené: minimálna frekvencia v TFA výpočte) [Hz]
FMAX	real	Maximálna frekvencia, po ktorú majú byť zobrazené vypočítané výsledky (predvolené: maximálna frekvencia v TFA výpočte) [Hz]
KEY_GRID	logical	TRUE: vykreslí pomocnú mriežku, zodpovedajúcu hlavným značkám na oboch osiach (predvolené: FALSE)
KEY_SUMT	logical	TRUE: pre každú časovú vzorku z TFR vypočíta priemernú hodnotu cez všetky analyzované frekvencie (predvolené: FALSE)
KEY_AMPLOG	logical	TRUE: hodnoty TFR zobrazí v logaritmickej amplitúdovej škále FALSE: hodnoty TFR zobrazí v lineárnej amplitúdovej škále (predvolené: FALSE)
DES_FILE	A12	Názov súboru obsahujúci definíciu farebnej škály pre vykresľovanie (predvolené: scale.decoi4)

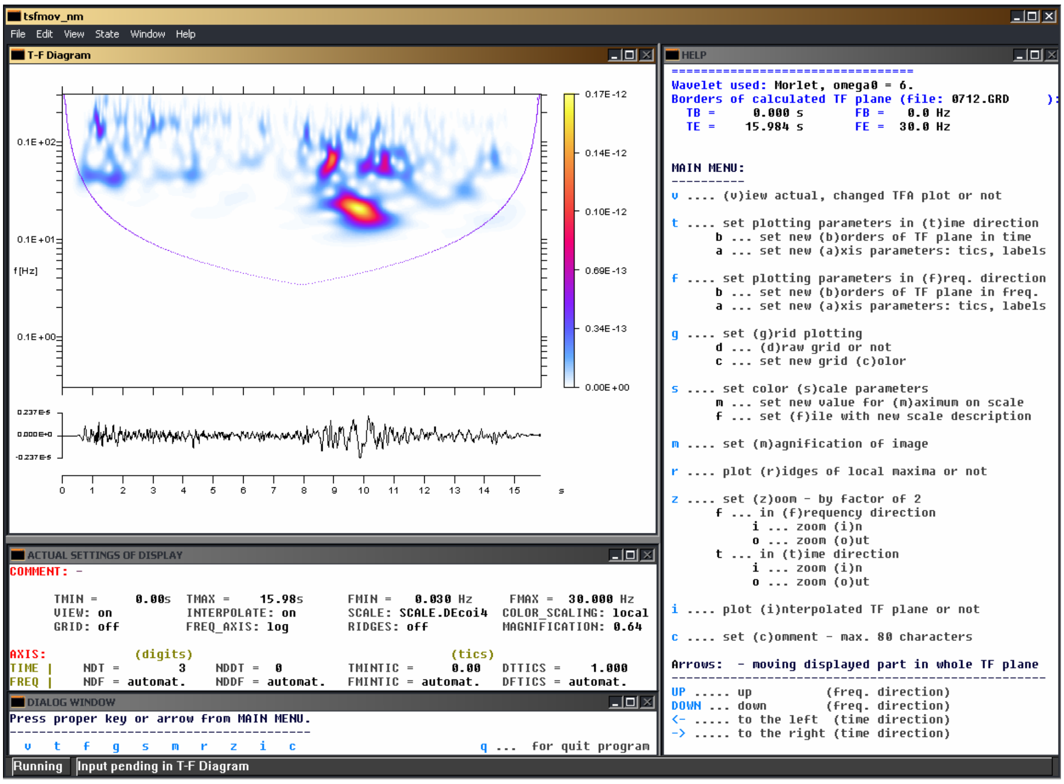
Názov premennej	*Typ*	*Popis*
CG	real	Číslo od 0 po 1. Definuje farbu pomocnej mriežky. 0 zodpovedá farbe minima na farebnej škále a 1 zodpovedá farbe maxima na farebnej škále. Zmeniť použitú farebnú škálu je možné len interaktívne. (predvolené: 0.88)
NDDT	integer	počet desatinných miest pre čísla na časovej osi. (predvolené: 0)
NDT	integer	Počet číslic (vrátane desatinnej bodky) pre čísla na časovej osi. (predvolené: 5)
NDDF	integer	počet desatinných miest pre čísla na frekvenčnej osi. (predvolené: 0)
NDF	integer	Počet číslic (vrátane desatinnej bodky) pre čísla na časovej osi. (predvolené: 5)
TMINTIC	real	Definuje, pri akej hodnote bude prvá značka na časovej osi. (predvolené: hodnota TMIN) [s]
DTTICS	real	„Vzdialenosť " medzi značkami na časovej osi [s]. (predvolené: -9999., t.j. automaticky sa dopočíta)
FMINTIC	real	Definuje, pri akej hodnote bude prvá značka na frekvenčej osi. (predvolené: hodnota FMIN) [Hz]
DFTICS	real	„Vzdialenosť " medzi značkami na frekvenčnej osi [Hz]. (predvolené: -9999., t.j. automaticky sa dopočíta)
MAG	real	Hodnota zväčšenia výsledného obrázku. (predvolené: 0.64)
WW	real	šírka použitého analyzujúceho okna, má význam iba pre metódu WFT, v tomto prípade sa automaticky načíta zo vstupného súboru. (predvolené -1., t.j. táto hodnota sa nezobrazuje)
COMENT	A80	komentár k výslednému obrázku. Zobrazí sa v okne s aktualnymi nastaveniami parametrov zobrazo-vania (predvolené: -)

MAXSC

Názov premennej	*Typ*	*Popis*
MAXSC	real	Definuje hodnotu zodpovedajúcu maximu na farebnej škále. Ak MAXSC=1., maximum na farebnej škále zodpovedá globálnemu maximu, t.j. maximu nájdenému z celej vypočítanej TFR, nielen z jej zobrazenej časti.

Výstupné súbory

Program TFplot generuje zobrazenie vypočítanej TFR (alebo jej časovo-frekvenčného výrezu) vo forme bitmapy, ktorú je možné uložiť pod zvoleným názvom interaktívne počas práce s programom cez menu File-Save. Program súčasne automaticky generuje súbor OUT.BMP, v ktorom je uložená aktuálne zobrazovaná časť TFR. Alternatívne je teda možné na uloženie výsledkov vykresľovania použiť aj tento súbor a podľa potreby ho premenovať.



Obr. P1 Ukážka interaktívneho prostredia programu TFplot

Program TF-MISFITS

Program TF-MISFITS je určený na výpočet časovo-frekvenčných misfitov medzi testovaným a referenčným seizmogramom.

Výpis súboru **TF-MISFITS_Users_Guide**

```
==============================================================================
==============================================================================
|                                                                            |
|                             USER'S  GUIDE  TO                              |
|                                                                            |
|                                ============                                |
|                                 TF-MISFITS                                 |
|                                ============                                |
|                                                                            |
|                           The Fortran95 Program                            |
|                    for Computation of Misfits Criteria                     |
|                         Between Two Seismograms                            |
|                                                                            |
|                                     by                                     |
|                                                                            |
|           Miriam KRISTEKOVA,  Jozef KRISTEK  &  Peter MOCZO                |
|                                                                            |
|                        Bratislava, January 15, 2006                        |
==============================================================================
==============================================================================

                                Introduction

Purpose: Program TF-MISFITS is designed for computation of
         time-frequency misfits between tested and reference seismograms

Authors: Miriam KRISTEKOVA,  Jozef KRISTEK  &  Peter MOCZO

Address: Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
         Comenius University
         Mlynska dolina F1
         842 48 Bratislava
         Slovak Republic

         Phone:  +421-2-6029 5327
         Fax:    +421-2-6542 5982
         e-mail: tfmisfits@nuquake.sk

Availability and use of the program:

         Programs is downloadable from
         http://www.nuquake.sk/Computer_Codes/

Reference to the program:

         The user is asked to make reference to

            Kristekova M., J. Kristek, P. Moczo, P. and S.M. Day, 2006.
            Misfit Criteria for Quantitative Comparison of Seismograms.
            Submitted to Bull. Seism. Soc. Am.


         in case that he/she publishes results obtained with
         the program since the program itself is not published.
```

```
Acknowledgements:

        The program has been developed in cooperation between the
        Geophysical Institute, Slovak Academy of Sciences, and
        Faculty of Mathematics Physics and Informatics, Comenius University,
        Bratislava, Slovak Republic, within the 6th Framework Program,
        Marie Curie Research Training Network SPICE, http://www.spice-rtn.org.


1. AUXILIARY FILE 'HF_TF-MISFITS'
=================================

    NAMELIST /INPUT/   MT, DT, S_NAME, SREF_NAME, FMIN, FMAX

        MT             = the number of time samples of seismograms
                                                                (INTEGER)

        DT             = time step in seconds
                                                                   (REAL)

        S_NAME         = name of the file containing a tested seismogram
                                                                    (A20)

        SREF_NAME      = name of the file containing a reference seismogram
                                                                    (A20)

        FMIN, FMAX     = minimum and maximum frequency in Hz defining
                         the desired frequency range in which
                         the misfits criteria will be calculated.
                         The frequency range is (automatically) sampled
                         equidistant in the logarithmic scale.
                                                                   (REAL)

2. INPUT DATA FILE  S_NAME
==========================

  File S_NAME contains the tested seismogram.

  DO J = 1, MT
    READ(10,*) S (J)
  END DO

        S (J)          = seismogram value (e.g. displacement) at time (J-1)*DT
                                                                   (REAL)


3. INPUT DATA FILE  SREF_NAME
=============================

  File SREF_NAME contains the reference seismogram.

  DO J = 1, MT
    READ(10,*) S_REF (J)
  END DO

        S_REF (J)      = seismogram value at time (J-1)*DT
                                                                   (REAL)


=============
OUTPUT FILES:
=============


1. MISFITS.DAT
==============

   Ascii file containing the control data and
   single-valued envelope and phase misfits
```

```
     WRITE ( 21, *) FMIN, FMAX, NF_TF, MT, DT
     WRITE ( 21, *) EM, PM


        FMIN, FMAX     = minimum and maximum frequency in Hz defining
                         the desired frequency range in which
                         the misfits criteria will be calculated.
                                                                 (REAL)

        NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                         time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        MT             = the number of time samples of the computed
                         time-frequency and time-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        DT             = time step in seconds
                                                                 (REAL)

        EM             = single-valued envelope misfit EM
                                                                 (REAL)

        PM             = single-valued envelope misfit PM
                                                                 (REAL)

2. TFEM.DAT
===========

   Ascii file containing values of the time-frequency envelope misfit

     DO L = 1, NF_TF
       WRITE ( 21, * ) ( TFEM(I,L), I = 1, MT )
     END DO

        NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                         time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        MT             = the number of time samples of the computed
                         time-frequency and time-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        TFEM           = time-frequency envelope misfit TFEM
                                                                 (REAL)

3. TFPM.DAT
===========

   Ascii file containing values of the time-frequency phase misfit

     DO L = 1, NF_TF
       WRITE ( 21, * ) ( TFPM(I,L), I = 1, MT )
     END DO

        NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                         time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        MT             = the number of time samples of cthe omputed
                         time-frequency and time-dependent misfits
                                                              (INTEGER)

        TFPM           = time-frequency phase misfit TFPM
                                                                 (REAL)

4. TEM.DAT
==========
```

```
   Ascii file containing values of the time-dependent envelope misfit

     DO I = 1, MT
       WRITE ( 21, * ) TEM(I)
     END DO

        MT             = the number of time samples of the computed
                           time-frequency and time-dependent misfits
                                                             (INTEGER)

        TEM            = time-dependent envelope misfit TEM
                                                                (REAL)

5. TPM.DAT
==========

   Ascii file containing values of the time-dependent phase misfit

     DO I = 1, MT
       WRITE ( 21, * ) TPM(I)
     END DO

        MT             = the number of time samples of the computed
                           time-frequency and time-dependent misfits
                                                             (INTEGER)

        TPM            = time-dependent phase misfit TPM
                                                                (REAL)

6. FEM.DAT
==========

   Ascii file containing values of the frequency-dependent envelope misfit

     DO L = 1, NF_TF
       WRITE ( 21, * ) FEM(L)
     END DO

        NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                           time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                             (INTEGER)

        FEM            = frequency-dependent envelope misfit FEM
                                                                (REAL)

7. FPM.DAT
==========

   Ascii file containing values of the frequency-dependent phase misfit

     DO L = 1, NF_TF
       WRITE ( 21, * ) FPM(L)
     END DO

        NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                           time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                             (INTEGER)

        FPM            = frequency-dependent envelope misfit FPM
                                                                (REAL)

2. CWT_REF.DAT
==============

   Ascii file containing values of the modulus of the CWT of the reference
   seismogram

     DO L = 1, NF_TF
       WRITE ( 21, * ) ( CWT_REF(I,L), I = 1, MT )
     END DO
```

```
NF_TF          = the number of frequency samples of the computed
                 time-frequency and frequency-dependent misfits
                                                        (INTEGER)

MT             = the number of time samples of the computed
                 time-frequency and time-dependent misfits
                                                        (INTEGER)

CWT_REF        = the modulus of the time-frequency representation
                 of the reference seismogram
                                                           (REAL)
```